

Câu 1: (3,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x} + 2022}{x + 2\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x} - 2022}{x - 1} \right) \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$.

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \neq 0$ và $2a + 3b + 6c = 0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|x_1 - x_2|$.

b) Tìm các cặp nghiệm nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn phương trình:

$$x^2 + y^2 + 2(1 + y)x = 14y - 1$$

Câu 3: (2,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x - 3} - 4 = 3(x - \sqrt{4x + 1})$

Câu 4: (3,0 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy^2 = 1 \\ 4x^4 + y^4 = 4x + y \end{cases}$$

Câu 5: (6,0 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính $BC = 2R$ và A là điểm di động trên nửa đường tròn đó. Gọi D là hình chiếu vuông góc của A lên BC và M, N lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABD, ACD .

a) Chứng minh: CN vuông góc với AM .

b) Chứng minh: $\triangle DMN$ và $\triangle DBA$ là hai tam giác đồng dạng.

c) Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với MN . Chứng minh rằng: d luôn đi qua một điểm cố định.

d) Tìm vị trí của điểm A để đoạn MN có độ dài lớn nhất và tính độ dài lớn nhất đó theo R .

Câu 6: (2,0 điểm)

Cho x là số thực tùy ý. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{x + 1}{\sqrt{1 + 3x^2}}$

Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1:.....Chữ ký của cán bộ coi thi 2:.....