

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 – 2024**

Môn: Toán (chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề gồm 1 trang, có 6 câu)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $(x-2)(x+1)(x+3)(x+6)+56=0$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ (x+1)(y+1) = 6 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho số thực x thỏa mãn $3 < x < 4$. Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} + \sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}.$$

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm các số tự nhiên x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2023^z + 35$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Trong hình vuông có cạnh bằng 1 đặt 99 điểm phân biệt. Chứng minh rằng có ít nhất 3 trong số 99 điểm đó nằm trong một hình tròn bán kính bằng $\frac{1}{9}$.

Câu 5. (2,0 điểm)

1) Cho hai số dương x và y thỏa mãn $x+y=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 + y^2}.$$

2) Cho đa thức $P(x)$ hệ số thực. Khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x-5)$ thì được dư là 7 và khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x+1)$ thì được dư là 1. Xét đa thức $Q(x) = x^2 - 4x - 5$. Tìm đa thức dư khi chia $P(x)$ cho $Q(x)$.

Câu 6. (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi H là trung điểm của OA . Vẽ dây CD vuông góc với AB tại H . Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC (M không trùng với B và C), AM cắt CD tại I .

1) Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC, CH theo R .

2) Chứng minh AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác IDM .

3) Tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC sao cho $MB + MC + MD$ đạt giá trị lớn nhất.

-----HẾT-----

(Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay)

Họ và tên của thí sinh:Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2023 – 2024

ĐỀ CHÍNH THỨC

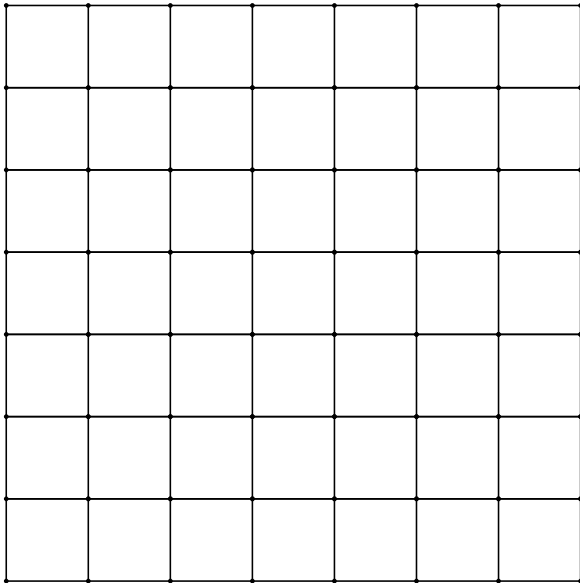
Môn: Toán chuyên

Câu	Nội dung	Biểu điểm (đ)
1		$\Sigma = 2,0đ$
1.1	Giải phương trình $(x-2)(x+1)(x+3)(x+6)+56=0$.	$\Sigma = 1,0đ$
	Cách 1: Viết lại phương trình thành $(x-2)(x+6)(x+1)(x+3)+56=0 \Leftrightarrow (x^2+4x-12)(x^2+4x+3)+56=0$.	0,25đ
	Đặt $t = x^2 + 4x - 12$, ta có $t(t+15)+56=0 \Leftrightarrow t^2+15t+56=0$. Ta có $\Delta = 15^2 - 4.1.56 = 1$ Do đó phương trình trên có nghiệm $\begin{cases} t = -7 \\ t = -8 \end{cases}$.	0,25đ
	Với $t = -7$ thì $x^2 + 4x - 12 = -7 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$. Giải tương tự trên, ta được $\begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$.	0,25đ
	Với $t = -8$ thì $x^2 + 4x - 12 = -8 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$. Giải tương tự trên, ta được $\begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$. Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -5; -2 + 2\sqrt{2}; -2 - 2\sqrt{2}\}$.	0,25đ
	Cách 2: Khai triển và thu gọn, ta được $x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 36x + 20 = 0$.	0,25đ
	$\Leftrightarrow x^4 - x^3 + 9x^3 - 9x^2 + 16x^2 - 16x - 20x + 20 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^3 + 9x^2 + 16x - 20) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^3 + 5x^2 + 4x^2 + 20x - 4x - 20) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+5)(x^2 + 4x - 4) = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+5=0 \\ x^2+4x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-5 \\ (x+2)^2=8 \end{cases}$.	0,25đ

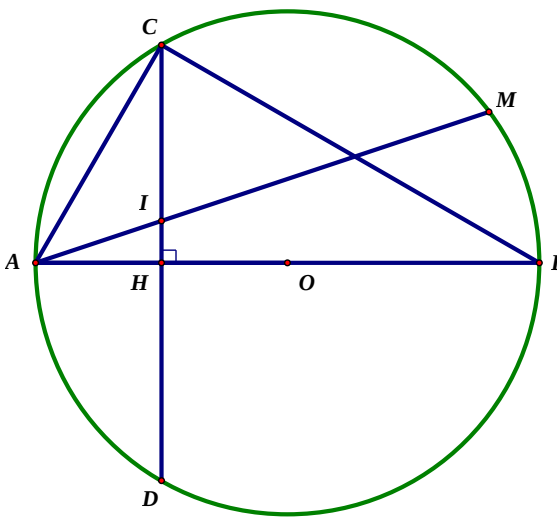
	Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -5; -2 + 2\sqrt{2}; -2 - 2\sqrt{2}\}$.	0,25đ
	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ (x+1)(y+1) = 6 \end{cases}$.	$\Sigma = 1,0đ$
	Cách 1: Đặt $\begin{cases} S = x + y \\ P = xy \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} S^2 - 2P = 5 \\ S + P = 5 \end{cases}$.	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} S^2 - 2(5 - S) = 5 \\ P = 5 - S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2 + 2S - 15 = 0 \\ P = 5 - S \end{cases} \quad (*)$.	0,25đ
1.2	Phương trình (*) có $\Delta' = 1^2 + 1.15 = 16$ nên $\begin{cases} S = -5, P = 10 \\ S = 3, P = 2 \end{cases}$.	
	Với $\begin{cases} S = -5 \\ P = 10 \end{cases}$ thì x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 + 5X + 10 = 0$ (phương trình vô nghiệm).	0,25đ
	Với $\begin{cases} S = 3 \\ P = 2 \end{cases}$ thì x, y là hai nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ X = 2 \end{cases}$ (vì $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$). Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(1; 2)$ và $(2; 1)$.	0,25đ
	Cách 2: Từ phương trình sau suy ra $x \neq -1, y \neq -1$ và $y = \frac{5-x}{x+1}$. Thế vào phương trình đầu, ta được $x^2 + \left(\frac{5-x}{x+1}\right)^2 = 5$.	0,25đ
1.2	$\Leftrightarrow x^2(x+1)^2 + (5-x)^2 = 5(x+1)^2$ $\Leftrightarrow x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 20x + 20 = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow (x^4 - 2x^3 + 2x^2) + (5x^3 - 15x^2 + 10x) + (10x^2 - 30x + 20) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 10) = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ (vì $x^2 + 5x + 10 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$ với mọi x). $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$.	0,25đ
2	Cho số thực x thỏa mãn $3 < x < 4$. Rút gọn biểu thức	$\Sigma = 1,0đ$

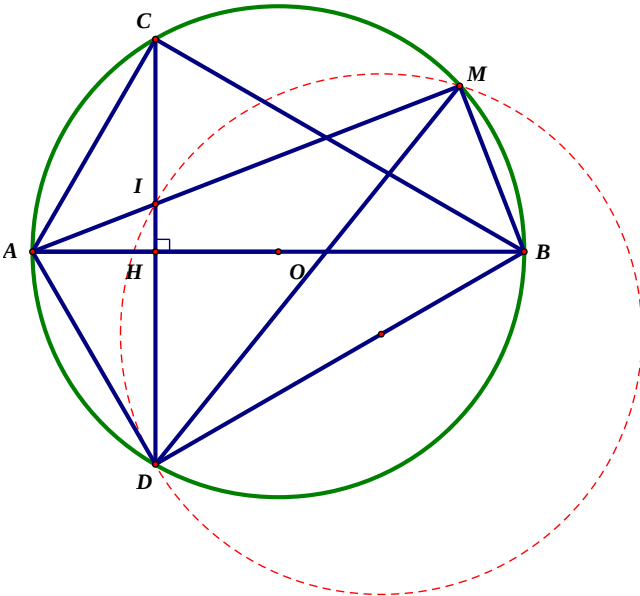
	$A = \sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} + \sqrt{x-2} - 2\sqrt{x-3}.$	
	Cách 1: Ta có $A = \sqrt{(\sqrt{x-3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-3}-1)^2}.$	0,25đ
	$A = \sqrt{x-3}+1 + \sqrt{x-3}-1 .$	0,25đ
	Vì $3 < x < 4$ nên $0 < \sqrt{x-3} < 1$, suy ra $\begin{cases} \sqrt{x-3}+1 > 0 \\ \sqrt{x-3}-1 < 0 \end{cases}.$	0,25đ
	Vậy $A = \sqrt{x-3}+1 - \sqrt{x-3}+1 = 2.$	0,25đ
	Cách 2: Ta có $A^2 = x-2 + 2\sqrt{x-3} + x-2 - 2\sqrt{x-3} + 2\sqrt{(x-2)^2 - 4(x-3)}.$	0,25đ
	$A^2 = 2x-4 + 2\sqrt{(x-4)^2} = 2x-4 + 2 x-4 .$	0,25đ
	Vì $3 < x < 4$ nên $A^2 = 2x-4 - 2(x-4) = 4.$	0,25đ
	Do $A > 0$ nên $A = 2.$	0,25đ
3	Tìm các số tự nhiên x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2023^z + 35.$	$\Sigma = 1,0đ$
	Do vai trò của x, y đối xứng nhau nên giả sử $x \leq y$. Với $z = 0$ thì $x^2 + y^2 = 36. \quad (1)$ Vì $x \leq y$ nên $x^2 \leq 18 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$. Thử trực tiếp, ta được $\begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}$ thỏa (1).	0,25đ
	Với $z \geq 1$: Do $2023 \div 7, 35 \div 7$ nên $x^2 + y^2 \div 7. \quad (2)$ Đặt $x = 7a+r, y = 7b+t$ với a, b, r, t là các số tự nhiên thỏa $0 \leq r \leq 6, 0 \leq t \leq 6$. Khi đó $x^2 + y^2 = 49a^2 + 14ar + 49b^2 + 14bt + r^2 + t^2. \quad (3)$ Từ (2) và (3) suy ra $r^2 + t^2 \div 7$. Thử trực tiếp, ta thấy chỉ có $r = 0, t = 0$ thỏa mãn. Do đó $x = 7a, y = 7b$.	0,25đ
	Thay vào phương trình ban đầu: $49a^2 + 49b^2 = 2023^z + 35 \Leftrightarrow 7(a^2 + b^2) = 289^z \cdot 7^{z-1} + 5.$	0,25đ

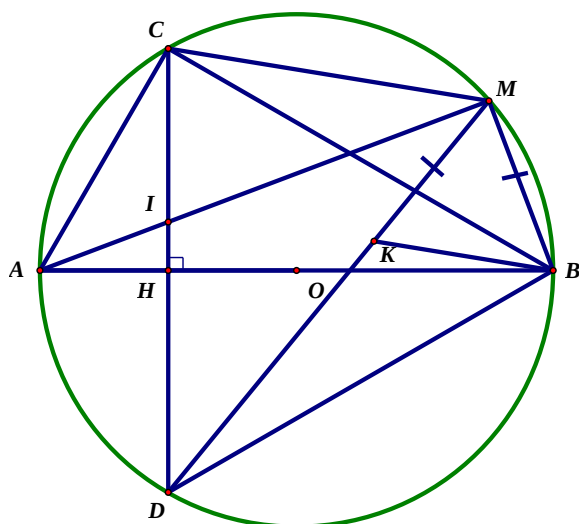
	Nếu $z > 1$ ta có vế trái chia hết cho 7 và vế phải không chia hết cho 7 (vô lý). Nếu $z = 1$ ta có: $7(a^2 + b^2) = 289 + 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 42.$	
	Dễ dàng kiểm tra được phương trình $a^2 + b^2 = 42$ không có nghiệm tự nhiên. Vậy phương trình ban đầu có hai nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = 6, \\ z = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 6 \\ y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$	0,25đ
4	Trong hình vuông có cạnh bằng 1 đặt 99 điểm phân biệt. Chứng minh rằng có ít nhất 3 trong số 99 điểm đó nằm trong một hình tròn bán kính bằng $\frac{1}{9}$.	$\Sigma = 1,0đ$
	Chia hình vuông đã cho thành 49 hình vuông nhỏ bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{7}$.	0,25đ

		
	Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại một hình vuông nhỏ $ABCD$ chứa ít nhất 3 điểm.	0,25đ
	Gọi O là giao điểm của AC và BD. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là $r = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{1}{7\sqrt{2}}$.	0,25đ

	Ta thấy $\frac{1}{7\sqrt{2}} < \frac{1}{9}$. Vậy 3 điểm đó nằm trong hình tròn tâm O bán kính $R = \frac{1}{9}$.	0,25đ
5		$\Sigma = 2,0đ$
	Cho hai số dương x và y thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2 + y^2}.$	$\Sigma = 1,0đ$
5.1	Với hai số không âm a, b , ta chứng minh $a + b \geq 2\sqrt{ab}. \quad (1)$ $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2). \quad (2)$ Đẳng thức xảy ra khi $a = b$. Thật vậy $(1) \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ (luôn đúng). $(2) \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \leq 2a^2 + 2b^2 \Leftrightarrow 0 \leq (a - b)^2$ (luôn đúng). Áp dụng (2): $(x + y)^2 \leq 2(x^2 + y^2) \Rightarrow 4 \leq 2(x^2 + y^2) \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 2.$	0,25đ
	Áp dụng (1): $\frac{x^2 + y^2}{4} + \frac{1}{x^2 + y^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{4(x^2 + y^2)}} \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{4} + \frac{1}{x^2 + y^2} \geq 1.$	0,25đ
	Ta có $B = \frac{3}{4}(x^2 + y^2) + \frac{x^2 + y^2}{4} + \frac{1}{x^2 + y^2} \geq \frac{3}{4}.2 + 1 \Rightarrow B \geq \frac{5}{2}.$	0,25đ
	Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x + y = 2 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$ Vậy $\min B = \frac{5}{2}.$	0,25đ
5.2	Cho đa thức $P(x)$ hệ số thực. Khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x - 5)$ thì được dư là 7 và khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x + 1)$ thì được dư là 1. Xét đa thức $Q(x) = x^2 - 4x - 5$. Tìm đa thức dư khi chia $P(x)$ cho $Q(x)$.	$\Sigma = 1,0đ$

	Nhận xét $Q(x) = (x-5)(x+1)$. Gọi $T(x)$ là đa thức thương, $R(x)$ là đa thức dư khi chia $P(x)$ cho $Q(x)$, nghĩa là $P(x) = Q(x)T(x) + R(x)$. Vì bậc của $Q(x)$ là 2 nên bậc của $R(x)$ tối đa là 1. Khi đó $R(x) = ax + b$ (với a, b là các hệ số thực).	0,25đ
	Khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x-5)$ thì được dư là 7, suy ra $P(5) = 7$. Khi chia $P(x)$ cho đa thức $(x+1)$ thì được dư là 1, suy ra $P(-1) = 1$.	0,25đ
	Ta có: $P(x) = (x-5)(x+1)T(x) + ax + b$. Cho $x = 5$, ta được: $7 = 5a + b$. (1) Cho $x = -1$, ta được: $1 = -a + b$. (2)	0,25đ
	Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$. Vậy $R(x) = x + 2$.	0,25đ
6	Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi H là trung điểm của OA. Vẽ dây CD vuông góc với AB tại H. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC (không trùng với B và C), AM cắt CD tại I.	$\Sigma = 3,0đ$
6.1	Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC, CH theo R.	$\Sigma = 1,0đ$
		0,25đ
	Vì H là trung điểm của OA nên $AH = \frac{OA}{2} = \frac{R}{2}$. Ta có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Xét tam giác ABC vuông tại C có đường cao CH: $AC^2 = AB \cdot AH = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2 \Rightarrow AC = R$.	0,25đ
	$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow BC = R\sqrt{3}$.	0,25đ

	$CH.AB = AC.BC \Rightarrow CH = \frac{AC.BC}{AB} = \frac{R.R\sqrt{3}}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$	0,25đ
6.2	Chứng minh AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác IDM. 	$\Sigma = 1,0đ$
	Cách 1: Tam giác ABD vuông tại D đường cao DH ta có $AD^2 = AH.AB$. $\triangle AIH$ và $\triangle ABM$ có góc A chung và $\widehat{AHI} = \widehat{AMB} (= 90^\circ)$. Suy ra $\triangle AIH \sim \triangle ABM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AH.AB = AI.AM$.	0,25đ
	Do đó $AD^2 = AI.AM \Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{AI}{AD}$.	0,25đ
	$\triangle ADI$ và $\triangle AMD$ có góc A chung và $\frac{AD}{AM} = \frac{AI}{AD}$. Suy ra $\triangle ADI \sim \triangle AMD$ (c.g.c).	0,25đ
	Vậy $\widehat{ADI} = \widehat{AMD}$. Do đó AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle IDM$.	0,25đ
	Cách 2: OA là đường trung trực của CD nên $AC = AD$. Tam giác ACD cân tại A nên $\widehat{ACD} = \widehat{ADI}$. Mặt khác $\widehat{ACD} = \widehat{AMD}$ (cùng chắn cung AD). Vậy $\widehat{ADI} = \widehat{AMD}$. Do đó AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle IDM$.	0,25đ
6.3	Tìm vị trí điểm M trên cung nhỏ BC sao cho $MB + MC + MD$ đạt giá trị lớn nhất.	$\Sigma = 1,0đ$



0,25đ

Ta có $CD = 2.CH = 2 \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$.

Mặt khác $\triangle BCD$ cân tại B nên $BD = BC = R\sqrt{3}$.

Vậy $\triangle BCD$ là tam giác đều.

Trên đoạn MD lấy điểm K sao cho $MK = MB$.

$\triangle MBK$ cân tại M có $\widehat{BMK} = \widehat{BCD} = 60^\circ$ nên là tam giác đều.

0,25đ

Ta có $\widehat{CBM} + \widehat{CBK} = 60^\circ$, $\widehat{DBK} + \widehat{CBK} = 60^\circ$.

Dẫn đến $\widehat{CBM} = \widehat{DBK}$.

Xét $\triangle CBM$ và $\triangle DBK$ có: $CB = DB$, $\widehat{CBM} = \widehat{DBK}$, $BM = BK$.

Do đó $\triangle CBM = \triangle DBK \Rightarrow MC = KD$.

Vậy $MD = MK + KD = MB + MC$.

0,25đ

Ta có $MB + MC + MD = 2MD \leq 4R$.

Vậy $MB + MC + MD$ đạt giá trị lớn nhất khi MD là đường kính của đường tròn (O) . Do đó M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC .

0,25đ

 $\Sigma = 10đ$

Hướng dẫn chung:

- Nếu học sinh giải cách khác đúng thì được điểm tối đa theo quy định và thống nhất cách cho điểm thành phần trên cơ sở của hướng dẫn chấm và biểu điểm này.
- Tổ Giám khảo môn Toán căn cứ hướng dẫn chấm và biểu điểm này, họp thống nhất trước khi chấm. Hội đồng chấm thi lưu biên bản về nội dung họp thống nhất này.

-----HẾT-----