

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN – BẢNG B
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 06/03/2024

Bài 1. a) Cho biểu thức $P = x^3 - x^2 - 9x - 6$. Tính giá trị của P khi $x = 1 - 2\sqrt{2}$.

b) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 1$ và $a - \frac{1}{a} + b - \frac{1}{b} + c - \frac{1}{c} = 0$.

Chứng minh rằng $(a-1)(b-1)(c-1) = 0$.

Bài 2. a) Giải phương trình $x - 3\sqrt{x-2} = \sqrt{x^2 - 2x} - 3\sqrt{x} + 2$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - 2y = 3 + 2xy \\ x + y = 1 + xy \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $3x^2 + xy - 3x - y - 1 = 0$

b) Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $6a^2 + 7b^2 = 8c^2$.

Chứng minh rằng abc chia hết cho 18.

Bài 4. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$ và $\triangle DFA \sim \triangle DHE$.

b) Chứng minh rằng bốn điểm A, E, H, F cùng thuộc một đường tròn. Gọi K là giao điểm của tia DF với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AEHF (K khác F). Chứng minh rằng tam giác DEK cân.

c) Tia FE cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh rằng $AN^2 = AE.AC$

Bài 5. Một hộp bi có 100 viên. Hai bạn Hòa và Bình cùng chơi trò chơi lấy bi ra khỏi hộp có luật chơi như sau: Mỗi lần, người chơi chỉ được lấy 1, 2 hoặc 3 viên ra khỏi hộp, ai là người lấy được những viên bi cuối cùng trong hộp sẽ là người chiến thắng. Giả Hòa là người thực hiện trước, theo em Bình sẽ thực hiện cách lấy bi như thế nào để chắc chắn giành chiến thắng?