

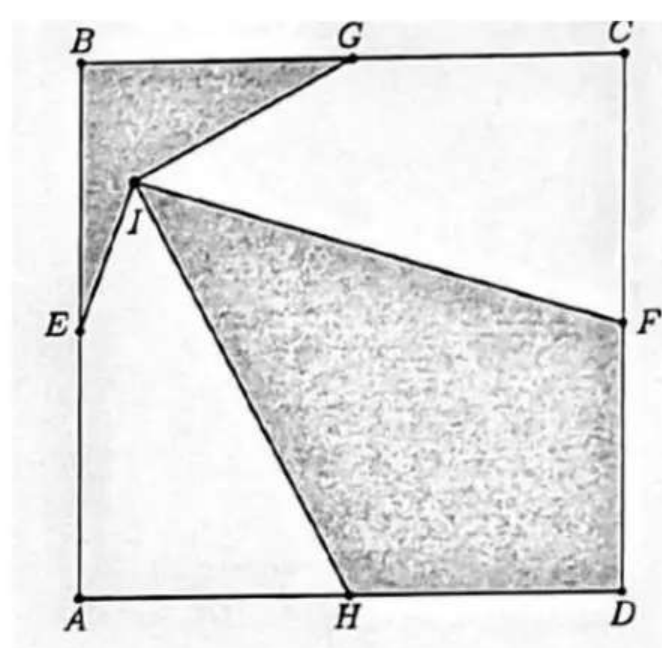
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Ngày thi: 04 tháng 6 năm 2024

Môn thi: TOÁN (chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: (1,0 điểm) Giải phương trình $x - 3\sqrt{x-3} - 1 = 0$.**Câu 2:** (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{3\sqrt{x}+3}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-2}$ ($0 \leq x \neq 1$).**Câu 3:** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 + y = 6 \\ (y-1)^2 + x^2 + x = 11 \end{cases}$.**Câu 4:** (1,0 điểm) Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Vẽ hai đường tròn tâm A và tâm B có cùng bán kính bằng 5cm. Tính độ dài dây cung chung của hai đường tròn.**Câu 5:** (1,0 điểm) Xác định a, b để $f(x) = x^4 - 4x^3 + ax^2 + 4x + b$ là bình phương của một đa thức.**Câu 6:** (1,0 điểm) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{1}{y} - \frac{2}{x} - \frac{3}{2x-y} = 0$. Tính $P = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$.**Câu 7:** (1,0 điểm) Ông X có mảnh vườn hình vuông ABCD cạnh bằng 10 m với E, G, F, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Từ một điểm I bên trong mảnh vườn ông chia vườn thành bốn phần như hình vẽ, phần tô đen nhỏ có diện tích 8 m^2 dùng để trồng cỏ, phần tô đen còn lại dùng để trồng hoa. Biết rằng mỗi m^2 trồng cỏ hết 80 nghìn đồng, mỗi m^2 trồng hoa hết 120 nghìn đồng. Hỏi ông X cần bao nhiêu tiền để thực hiện trang trí mảnh vườn đó.**Câu 8:** (1,0 điểm) Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O). Gọi D, E là các tiếp điểm của AB, AC với (O). Đường thẳng BO và DE cắt nhau tại I. Chứng minh $IM \parallel AB$ với M là trung điểm BC.**Câu 9:** (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 100^\circ$ và $\angle ABC = 20^\circ$. Lấy điểm D thuộc miền trong tam giác sao cho $\angle DAB = 30^\circ$ và $\angle ABD = 10^\circ$. Tính số đo $\angle ACD$.**Câu 10:** (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z = 2024$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{x^2 + 4y^2 + 9z^2} + \frac{3}{8xy} + \frac{1}{8yz} + \frac{1}{4zx}$.

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

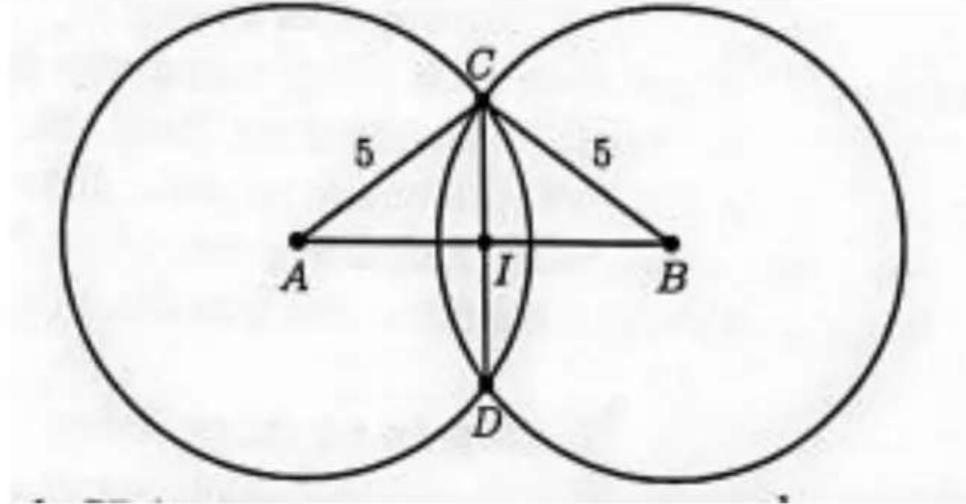
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024 – 2025
HƯỚNG DẪN CHẤM THI MÔN TOÁN (chuyên)
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)

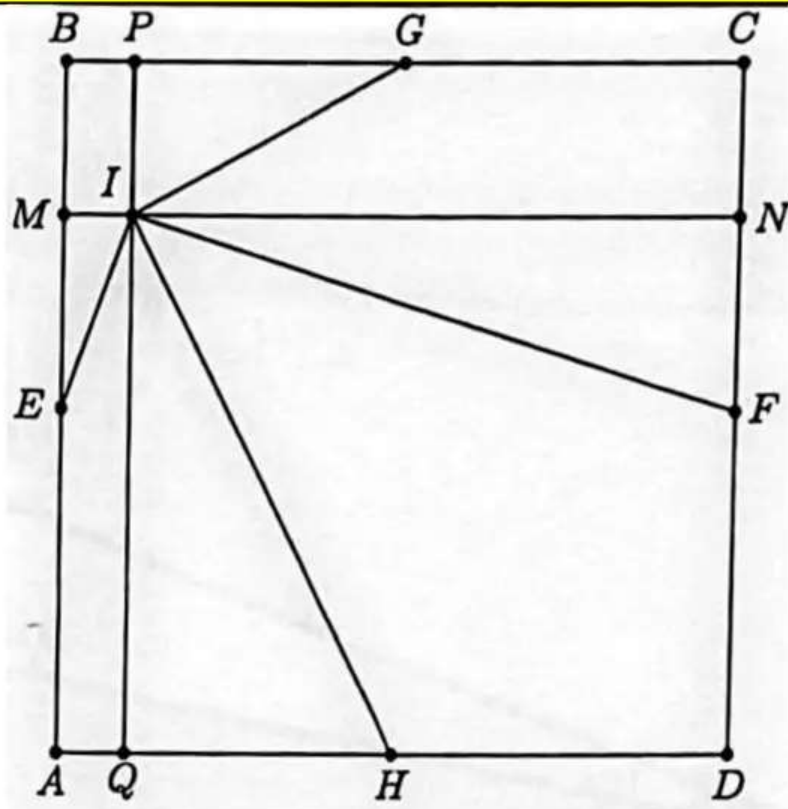
A. Hướng dẫn chung

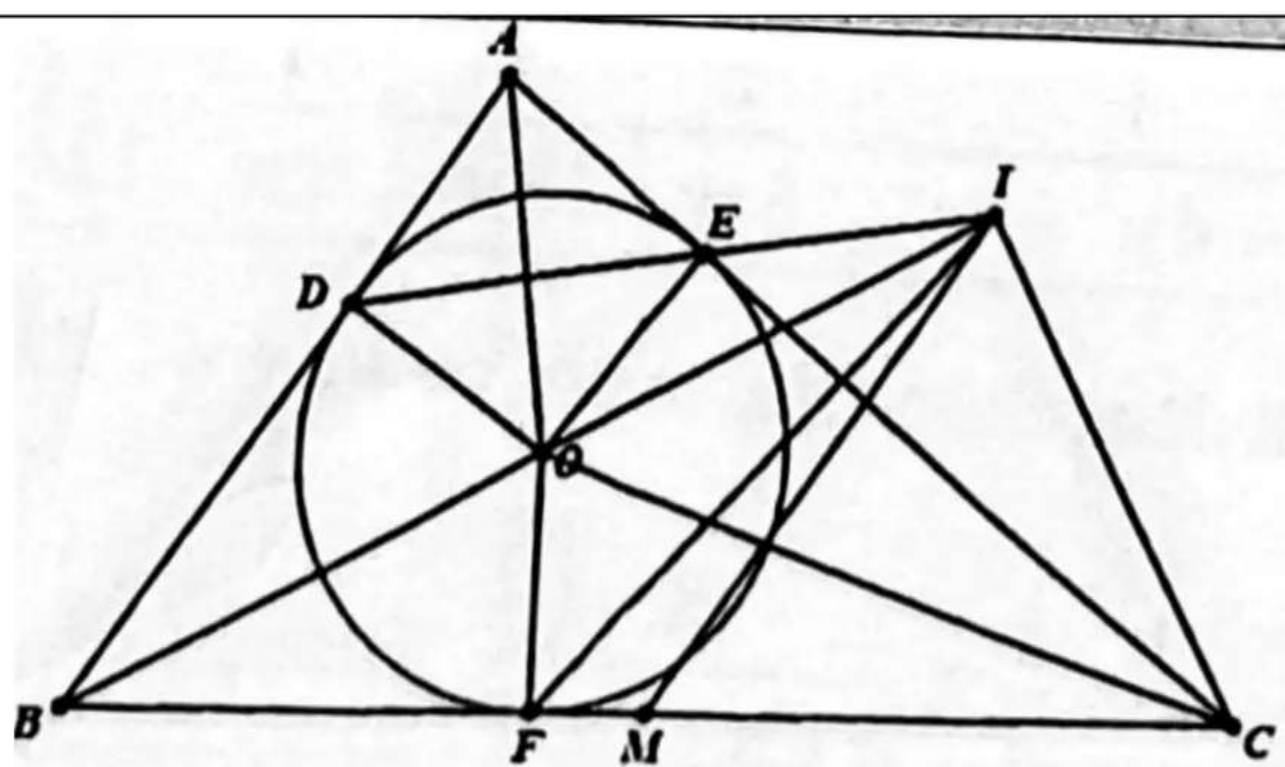
1. Nếu thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp án đáp ứng được yêu cầu cơ bản như trong hướng dẫn chấm thi vẫn cho điểm đúng như hướng dẫn chấm qui định.
2. Việc chi tiết hóa điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm, thống nhất trong toàn tổ và được ban chấm thi phê duyệt.
3. Sau khi cộng điểm toàn bài được làm tròn đến 0,25.

B. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1	Giải phương trình $x - 3\sqrt{x-3} - 1 = 0$	1,0
	Đặt $t = \sqrt{x} - 3, t \geq 0$ phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$ (nhận)	0,25
	Với $t = 1$, tìm được $x = 4$	0,25
	Với $t = 2$, tìm được $x = 7$. Vậy phương trình có nghiệm $x = 4, x = 7$	0,25
2	Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{3\sqrt{x}+3}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-2} \quad (0 \leq x \neq 1)$	1,0
	$M = \left(\frac{3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-2}$	0,25
	$= \left(\frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-2}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} : \frac{\sqrt{x}+3}{2(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$= 2$	0,25
3	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 + y = 6 \\ (y-1)^2 + x^2 + x = 11 \end{cases}$	1,0

	Hệ đã cho tương đương với hệ $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + y - 5 = 0 & 1 \\ x^2 + y^2 + x - 2y - 10 = 0 & 2 \end{cases}$	0,25
	Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được: $x + 3y + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -3y - 5$	
	Thay x vào (1): $(-3y - 5)^2 + y^2 + 2(-3y - 5) + y - 5 = 0$	0,25
	Tìm được: $y = -2, y = -\frac{1}{2}$	0,25
	Tìm được 2 nghiệm $(x; y) = (1; -2), (x; y) = \left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$	0,25
4	Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Vẽ hai đường tròn tâm A và tâm B có cùng bán kính bằng 5cm. Tính độ dài dây cung chung của hai đường tròn.	1,0
	 Giả sử CD là dây cung chung, I là giao điểm AB và CD	
	Tam giác ABC cân tại C $\Rightarrow CI \perp AB$; $IA = \frac{1}{2}AB = 4\text{ cm}$	0,25
	Tam giác ACI vuông tại I $\Rightarrow CI^2 = AC^2 - AI^2$	0,25
	$\Rightarrow CI = 3\text{ cm}$	0,25
	Mặt khác $CD = 2CI \Rightarrow CD = 6\text{cm}$	0,25
5	Xác định a, b để $f(x) = x^4 - 4x^3 + ax^2 + 4x + b$ là bình phương của một đa thức	1,0
	Do giả thiết ta có $f(x) = x^2 + cx + d^2$	0,25
	Từ đó ta có hệ: $\begin{cases} 2c = -4 \\ c^2 + 2d = a \\ 2cd = 4 \\ d^2 = b \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} c = -2 \\ d = -1 \\ a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25

	Vậy $a = 2, b = 1$ là các giá trị cần tìm	0,25
6	Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{1}{y} - \frac{2}{x} - \frac{3}{2x-y} = 0$. Tính $P = \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$	1,0
	Với $x, y \neq 0; y \neq 2x$ hệ thức đã cho tương đương với $\frac{x-2y}{xy} = \frac{3}{2x-y}$	0,25
	$\Leftrightarrow x-2y \cdot 2x-y = 3xy$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4xy \Leftrightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 4$	0,25
	$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 = 16 \Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = 14$. Vậy $P = 14$	0,25
7	Ông X có mảnh vườn hình vuông ABCD cạnh bằng 10 m với E, G, F, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. Từ một điểm I bên trong mảnh vườn ông chia vườn thành bốn phần như hình vẽ, phần tô đen nhỏ có diện tích 8 m^2 dùng để trồng cỏ, phần tô đen còn lại dùng để trồng hoa. Biết rằng mỗi m^2 trồng cỏ hết 80 nghìn đồng, mỗi m^2 trồng hoa hết 120 nghìn đồng. Hỏi ông X cần bao nhiêu tiền để thực hiện trang trí mảnh vườn đó	1,0
		
	Kẻ các đường thẳng qua I vuông góc AB, BC cắt các cạnh hình vuông tại M, N, P, Q.	
	$S_{IEBG} = S_{IEB} + S_{IBG} = \frac{1}{2} BE \cdot IM + \frac{1}{2} BG \cdot IP = \frac{5}{2} (IM + IP)$	0,25
	$S_{IFDH} = S_{IFD} + S_{IDH} = \frac{1}{2} DF \cdot IN + \frac{1}{2} DH \cdot IQ = \frac{5}{2} (IN + IQ)$	
	$\Rightarrow S_{IEBG} + S_{IFDH} = \frac{5}{2} (IM + IN + IP + IQ) = \frac{5}{2} \cdot 20 = 50 (\text{m}^2)$	0,25
	Do $S_{IEBG} = 8 (\text{m}^2) \Rightarrow S_{IFDH} = 42 (\text{m}^2)$	0,25
	Vậy số tiền T cần để thực hiện là $T = 8 \cdot 80000 + 42 \cdot 120000 = 5680000 \text{ đồng}$	0,25
8	Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O). Gọi D, E là các tiếp điểm của AB, AC với (O). Đường thẳng BO và DE cắt nhau tại I. Chứng minh $IM \parallel AB$ với M là trung điểm BC.	1,0



Gọi F là tiếp điểm của BC và (O)

Tứ giác EOFC nội tiếp đường tròn đường kính OC (1)

0,25

Do BA, BC là 2 tiếp tuyến của (O) nên BO là đường trung trực của DF

$$\Rightarrow \triangle IOD = \triangle IOF \Rightarrow \angle IOF = \angle IDO.$$

0,25

Mà $\angle IDO = \angle DEO \Rightarrow \angle IEO = \angle FEO$ nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra E, O, F, C, I cùng thuộc một đường tròn đường kính OC

0,25

$$\Rightarrow \angle CIO = 90^\circ \text{ hay } \angle CIB = 90^\circ. \text{ Mà M là trung điểm BC}$$

$$\Rightarrow MI = MB \Rightarrow \triangle BMI \text{ cân tại M}$$

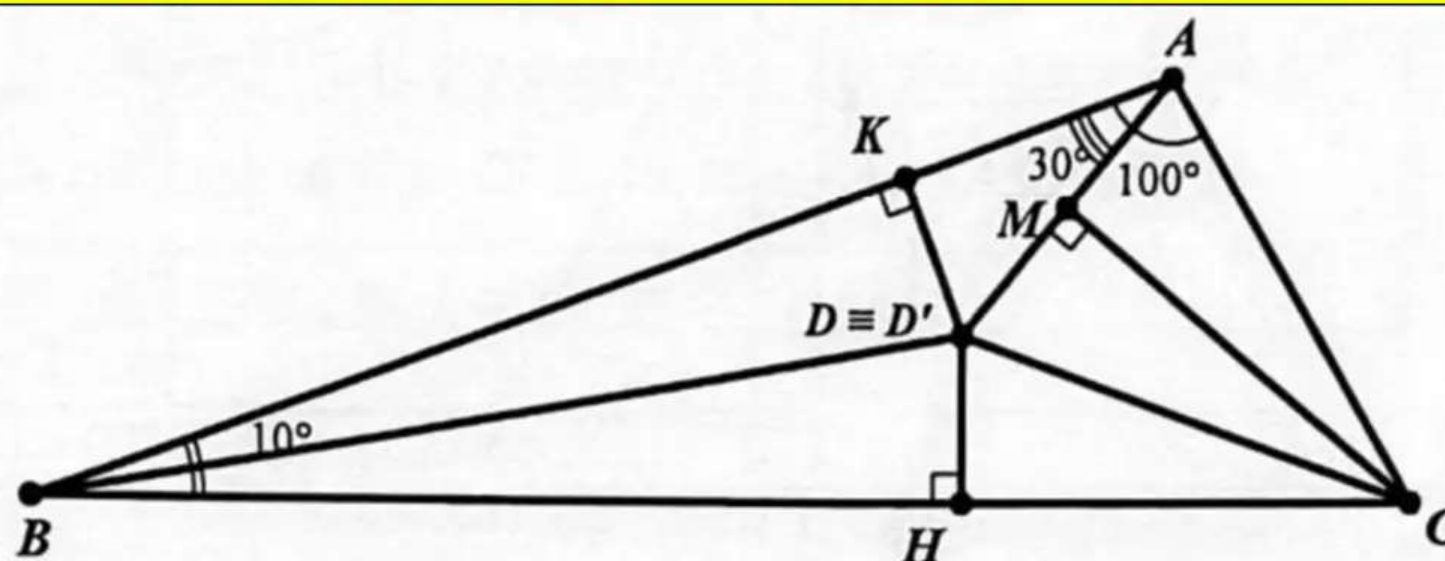
$$\Rightarrow \angle MIB = \angle MBI. \text{ Do } \angle MBI = \angle DBI \text{ (tính chất tiếp tuyến)}$$

0,25

$$\Rightarrow \angle MIB = \angle DBI \Rightarrow IM \parallel AB.$$

Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 100^\circ$ và $\angle ABC = 20^\circ$. Lấy điểm D thuộc miền trong tam giác sao cho $\angle DAB = 30^\circ$ và $\angle ABD = 10^\circ$. Tính số đo $\angle ACD$.

1,0



9

Gọi D' trên tia AD sao cho $CD' = CA$; M là trung điểm của AD' ; K, H lần lượt là hình chiếu của D' trên AB và BC.

$$D'K = AD' \sin 30^\circ = D'M \quad (1); \triangle CAD' \text{ cân tại C nên } CM \perp AD'$$

0,25

$$\text{Và } \angle ACD' = 180^\circ - 2(100^\circ - 30^\circ) = 40^\circ$$

$$\angle MCD' = \frac{1}{2} \angle ACD' = 20^\circ = \angle ACB - \angle ACD' = \angle D'CH \quad (2)$$

0,25

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } \triangle CMD' = \triangle CHD' \Rightarrow D'M = D'H \quad (3)$$

Từ (1) và (3) suy ra $D'K = D'H$ điều này chứng tỏ D' thuộc đường phân giác của góc B nên $D \equiv D'$

0,25

$$\text{Vậy } \angle ACD = \angle ACD' = 40^\circ.$$

0,25

10	Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z = 2024$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{1}{x^2 + 4y^2 + 9z^2} + \frac{3}{8xy} + \frac{1}{8yz} + \frac{1}{4zx}$	1,0
	$M = \frac{1}{x^2 + 4y^2 + 9z^2} + \frac{1}{6xy} + \frac{1}{18yz} + \frac{1}{9zx} + \frac{5}{12} \left(\frac{1}{2xy} + \frac{1}{6yz} + \frac{1}{3zx} \right)$	0,25
	Theo bất đẳng thức Côsi ta có: $(a + b + c + d) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) \geq 16$ $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \geq \frac{16}{a + b + c + d}$. Tương tự $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a + b + c}$ Ta có $M \geq \frac{16}{x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 6xy + 18yz + 9zx} + \frac{5}{12} \left(\frac{9}{2xy + 6yz + 3zx} \right)$ $= \frac{16}{(x + 2y + 3z)^2 + 2xy + 6yz + 3zx} + \frac{15}{4(2xy + 6yz + 3zx)}$	0,25
	Mặt khác $ab + bc + ca \leq \frac{(a + b + c)^2}{3}$ $\Rightarrow M \geq \frac{16}{(x + 2y + 3z)^2 + \frac{(x + 2y + 3z)^2}{3}} + \frac{15}{4 \cdot \frac{(x + 2y + 3z)^2}{3}}$ $= \frac{16}{2024^2 + \frac{2024^2}{3}} + \frac{45}{4 \cdot 2024^2} = \frac{93}{4 \cdot 2024^2}$	0,25
	Vậy $M_{\min} = \frac{93}{4 \cdot 2024^2}$ khi $x = 2y = 3z = \frac{2024}{3}$	0,25

-----HẾT-----