

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LAI CHÂU
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 03/04/2023

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1} - \sqrt{2}} \right) \left(\frac{2}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{2}}{\sqrt{2x-x}} \right)$ với $x \geq 1; x \neq 2; x \neq 3$

- a) Rút gọn biểu thức P
b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$

Bài 2. a) Giải phương trình nghiệm nguyên $3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y$

- b) Giải phương trình $x^2 - 3x + 3 - \sqrt{x-2} - \sqrt{7-x} = 0$

Bài 3. a) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - 2m + 3$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm có tung độ $y_1; y_2$ thỏa mãn $y_1 + y_2 < 9$

- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + xy + y^2 - 4y + 1 = 0 \\ ((x+1)^2 + y^2)(x^2 + y^2 + 2xy - 8) = 0 \end{cases}$$

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Gọi I là trung điểm của BC. Hai đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác BEI và đường tròn tâm O' ngoại tiếp tam giác CDI cắt nhau tại K (K khác I), DE cắt BC tại M.

- a) Chứng minh rằng tứ giác AEKD nội tiếp và ba điểm A, K, I thẳng hàng.
b) Chứng minh rằng $\widehat{EMK} = \widehat{ECK}$
c) Chứng minh rằng ba đường thẳng EC, DB, MK đồng quy.

Bài 5. Cho các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c + d = 4$

Chứng minh rằng $\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2$