

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút
Ngày thi: 17/03/2024

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x+3}+7} - \sqrt{x-4\sqrt{x+3}+7}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$ với $x \geq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức A.
b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A + x$.

Bài 2. a) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 - xy - 5x + y + 5 = 0$.

- b) Tìm số tự nhiên n để $4^{n^2+n+1} + 1$ là số nguyên tố.

Bài 3. a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - xy^2 + y^4 = 1 \\ x - y^2 + xy^2 = 1 \end{cases}$$

b) Một quán cà phê ở Sóc Trăng sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi ly cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 15000 đồng một ly thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 4000 ly, còn từ mức giá 15000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng mỗi ly thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 200 ly. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một ly cà phê là 5000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi ly cà phê với giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất?

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của D trên AB, AC.

- a) Chứng minh rằng các tứ giác APDQ và BCQP nội tiếp.
b) Gọi J là giao điểm của PQ và DF. Chứng minh rằng J là trung điểm của DF.
c) Gọi M là điểm đối xứng với H qua B, N là điểm đối xứng với H qua C. Đường thẳng MF cắt AC tại K, đường thẳng NE cắt AB tại I. Chứng minh rằng AD vuông góc với KI.

Bài 5. a) Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Điểm P bất kì trên cạnh AB, đường tròn ngoại tiếp tam giác BPC cắt AC tại Q. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của P, Q trên BC. Tính giá trị của $HP + PQ + QK$.

b) Cho 33 điểm nằm trong một hình vuông cạnh 8 cm. Chứng minh rằng luôn tồn tại 3 điểm trong 33 điểm đã cho là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 2 cm^2 .