

Câu 1. Cho biểu thức $P = \frac{x^2}{(x+y)(1-y)} - \frac{y^2}{(x+y)(1+x)} - \frac{x^2y^2}{(1+x)(1-y)}$.

a. Rút gọn biểu thức P .

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $P = 2$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $(d_1): y = 2x - m^2 + 1$, $(d_2): y = x - m^2 - m$ và $(d_3): y = 3x - m^2 - m + 2$. Biết (d_1) cắt (d_2) và (d_3) lần lượt tại $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Tìm m để $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 320$.

Câu 3. Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết $P(x)$ chia hết cho $(x - 2)$ và $P(x)$ chia cho $(x^2 - 1)$ thì dư là $2x$. Tính $P(3)$.

Câu 4. Giải phương trình $\sqrt{2x-3} + \sqrt{5-2x} = 3x^2 - 12x + 14$.

Câu 5. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 7y = (x+y)^2 + x^2y + 7x + 4 \\ 3x^2 + y^2 + 8y + 4 = 8x \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao là AH . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Tính chu vi tam giác IHK biết $BH = 18\text{cm}, CH = 32\text{cm}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại điểm G . Gọi K là một điểm trên cạnh BC , đường thẳng (d_1) đi qua K và song song với CN cắt AB tại D , đường thẳng (d_2) đi qua K và song song với BM cắt AC tại E . Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng KG và DE . Chứng minh rằng I là trung điểm của đoạn thẳng DE .

Câu 8. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ là AB và $BC = BD$. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng CD . Đường thẳng (d) đi qua điểm H cắt các đường thẳng AC, AD lần lượt tại E, F sao cho D nằm giữa A và F . Chứng minh rằng $\widehat{DBF} = \widehat{EBC}$.

Câu 9. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả mỗi ngày. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả bưởi là 30000 đồng.

Câu 10. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Chứng minh rằng $\frac{a^3}{b^2 - bc + c^2} + \frac{b^3 + c^3}{a^2} > \sqrt{2}$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: