

**SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
THI VMO NĂM HỌC 2021-2022
MÔN TOÁN**

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi 22/09/2021

Thời gian làm bài :180 phút

Tên : Trương Quang An .Địa chỉ : Xã Nghĩa Thắng ,Huyện Tư Nghĩa ,Tỉnh Quảng Ngãi.Điện thoại : 0708127776

Bài 1. (5 điểm)

Cho $a \geq 2$ và x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - ax + 1 = 0$.

Đặt $S_n = x_1^n + x_2^n, n = 1, 2, \dots$

a) Chứng minh dãy $\left\{ \frac{S_n}{S_{n+1}} \right\}_{n=1}^{+\infty}$ là dãy giảm.

b) Tìm tất cả các giá trị a sao cho $\frac{S_1}{S_2} + \frac{S_2}{S_3} + \dots + \frac{S_n}{S_{n+1}} > n - 1$ với mọi $n=1, 2, \dots$

Bài 2. (5 điểm)

Cho đa thức $P(x)$ có các hệ số nguyên, giả sử các phương trình $P(x)=1, P(x)=2$ và $P(x)=3$ theo thứ tự mỗi phương trình có ít nhất một nghiệm nguyên theo lần lượt x_1, x_2, x_3

a) Chứng minh rằng: x_1, x_2, x_3 là các nghiệm nguyên duy nhất của các phương trình trên.

b) Chứng minh rằng: phương trình $P(x)=5$ không có hơn một nghiệm nguyên.

Bài 3. (5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, trực tâm H, tâm ngoại tiếp O. Các điểm K, L lần lượt đối xứng với O qua AC, AB. Đường thẳng CK cắt đường tròn (AHK) tại M khác K. Đường thẳng BL cắt đường tròn (AHL) tại N khác L. HM cắt AC tại E và HN cắt AB tại F. Đường thẳng EF cắt BC tại D.

a) Chứng minh rằng tam giác ABN đồng dạng với tam giác CAM.

b) Chứng minh rằng đường thẳng HD vuông góc với đường thẳng OA.

Bài 4. (5 điểm)

An và Bình cùng chơi trò chơi với ba đồng sỏi, mỗi đồng có một số viên sỏi, Mục tiêu của hai người chơi là chiếm lấy viên sỏi cuối cùng và giành chiến thắng. Hai người chơi lần lượt, An là người chơi trước. Mỗi lượt chơi, người chơi có quyền chọn ra một đồng sỏi bất kỳ và lấy đi một số viên sỏi từ đồng đó (lấy ít nhất một viên và có thể lấy hết số sỏi của đồng). Hỏi ai là người có chiến thuật để giành chiến thắng nếu:

a) Ba đồng sỏi có số viên lần lượt là 1, 2, 3 viên.

b) Ba đồng sỏi có số viên lần lượt là 2020, 2021, 2022 viên.

**SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
THI VMO NĂM HỌC 2021-2022
MÔN TOÁN**

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi 23/09/2021

Thời gian làm bài :180 phút

Tên : Trương Quang An .Địa chỉ : Xã Nghĩa Thắng ,Huyện Tư Nghĩa ,Tỉnh Quảng Ngãi.Điện thoại : 0708127776

Bài 5. (5 điểm)

a.Tìm tất cả đa thức $P(x)$ có hệ số nguyên thỏa mãn với mọi số nguyên dương n và mọi số nguyên dương x thì $P_n(x) - x$ chia hết cho n với $P_n(x) = P(P(\dots P(x)\dots))$ có n ngoặc đơn.

b.Tìm tất cả n nguyên dương sao cho $\frac{n^{3n-2} - 3n + 1}{3n - 2}$ là số nguyên

Bài 6. (5 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp (O) . Đường tròn (J) qua B, C cắt AB, CA tại E, F tương ứng. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF cắt (O) tại D .

a.Gọi P, Q là giao điểm DE, DF với (O) . Chứng minh rằng các đường thẳng PC, BQ, AO đồng quy.

b.Gia sử EF cắt BC tại K . Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và KFB . Chứng minh AB đi qua trục tâm tam giác OO_1O_2

Bài 7. (5 điểm) Cho $2n$ điểm phân biệt trong không gian với $n \geq 2$ sao cho trong chúng không có 3 điểm thẳng hàng và không có bốn điểm nào cùng nằm trên 1 mặt phẳng. Xét $n^2 + 1$ đoạn thẳng bất kỳ, mỗi đoạn có hai đầu mút là 2 trong $2n$ điểm trên. Chứng minh: có ít nhất 1 tam giác tạo thành từ $n^2 + 1$ đoạn thẳng trên. có ít nhất 1 tam giác tạo thành từ $n^2 + 1$ đoạn thẳng trên