

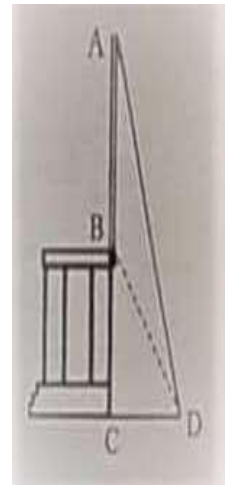
**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG**

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2020 – 2021**

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 05/03/2021

- Câu 1. (2,0 điểm)** Phân tích đa thức thành nhân tử $(x+1)^3 + (1-2x)^3 + (x-2)^3$.
- Câu 2. (2,0 điểm)** Chứng minh $n^2 + 4n + 5$ không chia hết cho 8 với mọi n là số lẻ.
- Câu 3. (2,0 điểm)** Cho hình thang cân ABCD (AB//CD) có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Biết AB = 7cm, DC = 25cm. Tính chu vi của hình thang.
- Câu 4. (2,0 điểm)** Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(y+2) + y = 14 \\ x^3 + 3x^2 + 3x = y + 1 \end{cases}$$
- Câu 5. (2,0 điểm)** Cột ăng ten dài 12 mét được dựng trên mái của một ngôi nhà và có các dây cáp neo từ ăng ten xuống mặt đất. Dây cáp AD được neo từ đỉnh của ăng ten xuống cọc D. Dưới mặt đất như hình vẽ (A, B, C nằm trên một đường thẳng vuông góc với CD). Một kỹ sư đã đặt máy và đo được $\widehat{CBD} = 30^\circ$, $\widehat{ADB} = 18^\circ$. Tính độ dài dây neo AD. Biết $\sin 18^\circ \approx 0,31$; $\cos 18^\circ \approx 0,95$.
- Câu 6. (1,5 điểm)** Lấy điểm C trên nửa đường tròn đường kính AB sao cho AC lớn hơn BC. Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D và cắt AB ở E. Gọi H là hình chiếu của A trên DC. Chứng minh DC.CE = CH.DE.
- Câu 7. (1,5 điểm)** Cho một tam giác có độ dài ba cạnh là x, y, z thỏa mãn: $\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{z} = \sqrt{x+y-z}$. Chứng minh tam giác đó là tam giác cân.
- Câu 8. (1,5 điểm)** Trên quãng đường AB dài 6 km, cùng một thời điểm người thứ nhất đi từ A đến B và người thứ hai đi từ B đến A. Sau khi gặp nhau người thứ nhất đi tiếp nửa giờ thì đến B và người thứ hai đi tiếp hai giờ thì đến A. Biết vận tốc hai người không thay đổi trên suốt chặng đường. Tính vận tốc mỗi người.
- Câu 9. (1,5 điểm)** Lấy điểm B nằm trên nửa đường tròn đường kính AD (B khác A và D). Trên cung DB lấy điểm C (C khác B và D). Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD. Chứng minh $\frac{S_{DAC}}{S_{EAD}} + \frac{S_{ABCD}}{S_{FAD}} = 1$
- Câu 10. (1,5 điểm)** Cho ba số thực x, y, z dương. Chứng minh:
$$\frac{x}{y+2z} + \frac{y}{z+2x} + \frac{z}{x+2y} \geq 2 - \frac{x}{y+2x} - \frac{y}{z+2y} - \frac{z}{x+2z}$$
- Câu 11. (1,0 điểm)** Cho hình bình hành ABCD có góc A là góc tù. Kẻ AM vuông góc với DC tại M (M nằm giữa D và C) và AN vuông góc với BC tại N (N nằm giữa B và C). Kẻ DI vuông góc với đường thẳng MN tại I và BK vuông góc với đường thẳng MN tại K. Chứng minh MI bằng NK.
- Câu 12. (1,5 điểm)** Cho một dãy các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1. Người ta xóa đi một số thì trung bình cộng của các số còn lại bằng $35\frac{7}{17}$. Tìm số bị xóa



---HẾT---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO – LÂM ĐỒNG (2020 – 2021)

Câu 1.

Đặt $a=x+1$; $b=1-2x$; $c=x-2$. Thấy $a+b+c=0$. Ta có: $P = (x+1)^3 + (1-2x)^3 + (x-2)^3 = a^3 + b^3 + c^3$

Suy ra:

$$\begin{aligned} P &= a^3 + b^3 + c^3 = (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b) \\ &= (a+b+c) \left[(a+b)^2 - (a+b)c + c^2 \right] - 3ab(a+b) \\ &= -3ab(-c) = 3abc \\ &= 3(x+1)(1-2x)(x-2) \end{aligned}$$

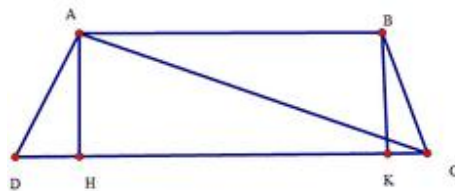
Câu 2.

Với $n=2k+1$, ta có: $A(n) = n^2 + 4n + 5 = (2k+1)^2 + 4(2k+1) + 5 = 4k(k+1) + 8(k+1) + 2$

Biểu thức $A(n)$ bằng tổng của ba hạng tử, trong đó hai hạng tử đầu chia hết cho 8, duy chỉ có hạng tử 2 không chia hết cho 8.

Vậy $A(n)$ không chia hết cho 8

Câu 3.



Kẻ AH và BK lần lượt vuông góc với CD. Ta có: $HK=AB=7\text{cm}$, $DH=DK$

$$\Rightarrow DH = KC = \frac{25-7}{2} = 9\text{cm}$$

Trong $\triangle ADC$ vuông tại A có $DH=9\text{cm}$, $HC=16\text{cm} \Rightarrow AH^2 = DH \cdot DC = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow AH = 12\text{cm}$

$$\text{Suy ra: } S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \cdot AH}{2} = \frac{(7 + 25) \cdot 12}{2} = 192 \text{ cm}^2$$

Câu 4. Ta có:

$$\begin{cases} x(y+2) + y = 14 \\ x^3 + 3x^2 + 3x = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(y+2) + y = 14 \\ y = -1 + x^3 + 3x^2 + 3x \end{cases}$$

$$\text{Thay } y \Rightarrow x(-1 + x^3 + 3x^2 + 3x) + 2x - 1 + x^3 + 3x^2 + 3x = 14$$

$$\text{Cđ } \widehat{CDB} = 90^0 - \widehat{CBD} = 90^0 - 30^0 = 60^0$$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại C: $D = \frac{AC}{\sin \widehat{ADC}} = \frac{12}{\sin(60^\circ + 18^\circ)} = \frac{12}{\sin 60^\circ \cdot \cos 18^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 18^\circ} = 12,27$

Ta có: $DC.CE = CH.DE \Leftrightarrow DC.(DE - DC) - CH.DE = 0$

$$\Leftrightarrow AD^2 - DC^2 = 0 \Rightarrow \text{dpcm}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = z \end{cases}$$

Trang 35

Gọi v_1, v_2 là vận tốc 2 người tương ứng xuất phát từ A, B; t là thời gian từ lúc xuất phát đến khi 2 người gặp nhau

Ta có: $6 = v_1(t + 0,5); 6 = v_2(t + 2)$ (1)

$$6 = 0,5 v_1 + 2v_2 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra: $t = \frac{6}{v_1} - 0,5 = \frac{6}{v_2} - 2 \Rightarrow \frac{6}{v_1} - 0,5 = \frac{6}{v_2} - 2 \Leftrightarrow \frac{6}{v_2} - \frac{6}{v_1} = 1,5$ (3)

Giải hệ gồm (2) và (3) suy ra: $v_1 = 4, v_2 = 2$

Kết luận: $v_1 = 4 \text{ km/h}, v_2 = 2 \text{ km/h}$

Câu 9. Đang cập nhật.....

Câu 10.

$$\begin{aligned} \frac{x}{y+2z} + \frac{y}{z+2x} + \frac{z}{x+2y} &\geq 2 - \frac{x}{y+2x} - \frac{y}{z+2y} - \frac{z}{x+2z} \\ \Rightarrow \frac{x}{y+2z} + \frac{y}{z+2x} + \frac{z}{x+2y} + \frac{x}{y+2x} + \frac{y}{z+2y} + \frac{z}{x+2z} &\geq 2 \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{y+2z} + \frac{y}{z+2x} + \frac{z}{x+2y} \right) [x(y+2z) + y(z+2x) + z(x+2y)] &\geq (x+y+z)^2 \\ \Rightarrow \frac{x}{y+2z} + \frac{y}{z+2x} + \frac{z}{x+2y} &\geq \frac{(x+y+z)^2}{3(xy+yz+zx)} \geq 1 \quad (\text{vì } x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx) \quad (1) \end{aligned}$$

Tương tự: $\frac{z}{x+2y} + \frac{y}{z+2y} + \frac{z}{x+2z} \geq 1$ (2)

Cộng hai vế của (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

Câu 11. Đang cập nhật.....

Câu 12.

Giả sử có n số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n :

- Nếu xóa số 1 thì trung bình cộng của các số còn lại là: $\frac{2+3+4+\dots+n}{n-1} = \frac{(2+n)(n-1)}{2(n-1)} = \frac{2+n}{2}$

- Nếu xóa số n thì trung bình cộng của các số còn lại là: $\frac{1+2+3+\dots+(n-1)}{n-1} = \frac{n(n-1)}{2(n-1)} = \frac{n}{2}$

Ta có: $\frac{n}{2} \leq 35 \frac{7}{17} \leq \frac{n+2}{2} \Leftrightarrow 68 \frac{14}{17} \leq n \leq 70 \frac{14}{17}$

Do n là số tự nhiên nên $n = 69$ hoặc $n = 70$

Nếu $n = 70$ thì tổng của 69 số còn lại là $35\frac{7}{17}.69 \notin \mathbb{N}$ (loại)

Nếu $n = 69$ thì tổng của 69 số còn lại là $35\frac{7}{17}.68 = 2408$ (t/m)

Số bị xóa là $(1+2+3+\dots+69)-2408=7$