

Câu 1 (5,5 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \left(1 + \frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (1-m)x + m^2 - m$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A và B sao cho ba điểm O, A, B tạo thành một tam giác cân (với O là gốc tọa độ).

c) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 3 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{(x_1^2 - x_1 + 1)^2} + \sqrt{x_2 + 1} = x_2$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\frac{(x-1)(x^2-5x+6)}{\sqrt{2x-1}+1} = x^2 - 4x + 3$.

b) Cho $P(x)$ và $Q(x)$ là hai đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn đa thức $x.P(x^4) + Q(x^2)$ chia hết cho đa thức $x^2 + 2$. Chứng minh $5.P(2028) + 6.Q(2022)$ chia hết cho 2024.

Câu 3 (3,5 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + xy - x - 3y = 7$.

b) Với mỗi số thực a , gọi $[a]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá a . Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $\left[\frac{n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 1}{4n^2} \right]$ là một số nguyên tố.

c) Nhân kỷ niệm 60 năm ngày thành lập, Trường trung học phổ thông X đã chọn ra 300 học sinh tham gia cuộc diễu hành. Mỗi em tham gia diễu hành được gán một số nguyên dương phân biệt từ 1 đến 300. Ban tổ chức xếp ngẫu nhiên 300 em học sinh đó thành bốn khối đội hình. Chứng minh rằng luôn có ba em học sinh thuộc cùng một khối đội hình mà ba số x, y, z được gán trên các em học sinh đó thỏa mãn x chia hết cho y và y chia hết cho z .

Câu 4 (6,0 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB , I là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng OA (I khác A và O), dây cung CD của đường tròn (O) vuông góc với AB tại I . Từ điểm I kẻ các đường thẳng IM, IN lần lượt vuông góc với các đường thẳng AC, BC (M thuộc AC, N thuộc BC). Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng MN và AB , E là giao điểm thứ hai của đường thẳng PC và đường tròn (O) (E khác C).

a) Chứng minh tứ giác $AMNB$ nội tiếp được trong một đường tròn và $PM.PN = PA.PB$.

b) Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMNB$. Chứng minh đường thẳng IE vuông góc với đường thẳng CE và ba điểm E, I, F thẳng hàng.

c) Chứng minh biểu thức $\frac{MA.AB.BN}{CP.CD.CE}$ có giá trị không đổi khi điểm I di chuyển trên đoạn thẳng OA (I khác A và O).

Câu 5 (1,0 điểm). Cho các số dương x, y thỏa mãn $xy \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$K = \frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} + \frac{1}{1+xy}.$$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và chữ ký):

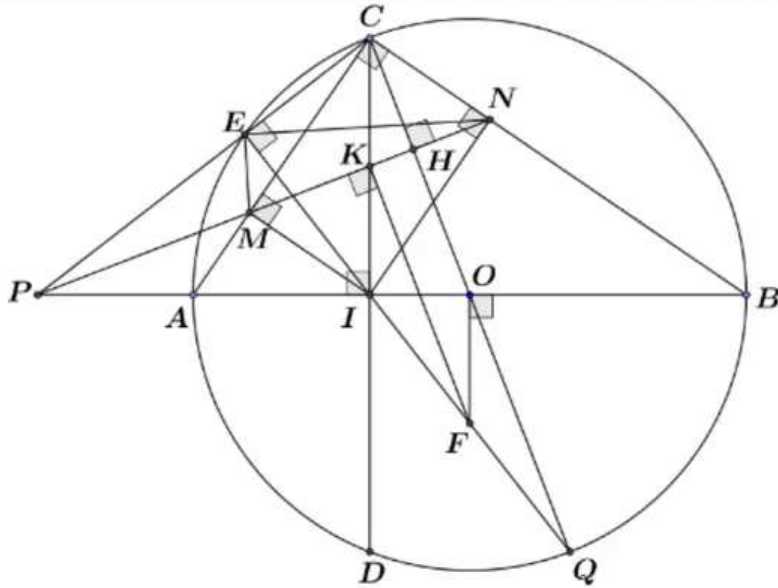
Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và chữ ký):

(Bản hướng dẫn chấm có 06 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1		5.5 đ
a) 2,0 đ	a) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \left(1 + \frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.	
	$P = \left[\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+2)} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right] : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right)$	0.5
	$= \left[\frac{x-\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} + \frac{2(\sqrt{x}-1)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \right] : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right)$	0.5
	$= \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0.5
	$= \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}.$ Vậy $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}.$	0.5
b) 1,5 đ	b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (1-m)x + m^2 - m$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A và B sao cho ba điểm O, A, B tạo thành một tam giác cân (với O là gốc tọa độ).	
	Với $m = 1$, thì đường thẳng (d) có phương trình: $y = 0$, thấy không thỏa mãn.	0.25
	Với $m \neq 1$ ta có (d) cắt trục hoành tại điểm $A(m; 0)$ và cắt trục tung tại điểm $B(0; m^2 - m)$. Để ba điểm O, A, B tạo thành một tam giác ta phải có $m \neq 0$, lúc đó tam giác OAB luôn vuông tại O . Khi đó tam giác OAB cân $\Leftrightarrow OA = OB$	0.5
	$\Leftrightarrow m = m^2 - m $ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}.$	0.5
	So sánh điều kiện $m = 2$.	0.25
c) 2,0 đ	Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 3 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{(x_1^2 - x_1 + 1)^2} + \sqrt{x_2 + 1} = x_2$.	
	Phương trình $x^2 - 2(3m-1)x + m^2 - m - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2m-1 \end{cases}$	0.25
	Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow 2m-1 \neq 3 \Leftrightarrow m \neq 2$ (*).	0.25
	Biến đổi $\sqrt{(x_1^2 - x_1 + 1)^2} + \sqrt{x_2 + 1} = x_2 \Leftrightarrow x_1^2 - x_1 + 1 + \sqrt{x_2 + 1} - x_2 = 0$ (1) vì $x_1^2 - x_1 + 1 = \left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$	0.25

	* Trường hợp 1: $x_1 = 2m - 1$ và $x_2 = 3$. Thay vào (1), rút gọn ta được phương trình $2m^2 - 3m + 1 = 0$	0.25
	Giải phương trình $2m^2 - 3m + 1 = 0$ ta được $m = 1$ và $m = \frac{1}{2}$ đều thỏa mãn điều kiện (*)	0.25
	* Trường hợp 2: $x_1 = 3$ và $x_2 = 2m - 1$. Thay vào (1), rút gọn ta được phương trình $\sqrt{2m} = 2m - 8$	0.25
	Giải phương trình $\sqrt{2m} = 2m - 8$ với $m \geq 4$, ta được $m = \frac{17 + \sqrt{33}}{4}$ thỏa mãn điều kiện (*)	0.25
	Vậy các giá trị cần tìm của m là $m \in \left\{1; \frac{1}{2}; \frac{17 + \sqrt{33}}{4}\right\}$.	0.25
Câu 2		4,0 đ
a) 2,0 đ	a) Giải phương trình: $\frac{(x-1)(x^2-5x+6)}{\sqrt{2x-1}+1} = x^2-4x+3$.	
	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$.	0.25
	Phương trình đã cho tương đương với phương trình $(x^2-4x+3)(\sqrt{2x-1}+1) = (x-1)(x^2-5x+6)$ $\Leftrightarrow (x^2-4x+3)(\sqrt{2x-1}+1) = (x^2-4x+3)(x-2)$ $\Leftrightarrow (x^2-4x+3)(\sqrt{2x-1}-x+3) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3=0 \\ \sqrt{2x-1}-x+3=0 \end{cases}$	0.25
	+) $x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0.25
	+) $\sqrt{2x-1}-x+3=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=x-3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=(x-3)^2 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-8x+10=0 \\ x \geq 3 \end{cases}$.	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4-\sqrt{6} \\ x=4+\sqrt{6} \Leftrightarrow x=4+\sqrt{6} \\ x \geq 3 \end{cases}$	0.25
	Vậy tập hợp nghiệm của phương trình đã cho là $\{1; 3; 4+\sqrt{6}\}$.	0.25
b) 2,0 đ	b) Cho $P(x)$ và $Q(x)$ là hai đa thức với các hệ số nguyên thỏa mãn đa thức $x.P(x^4)+Q(x^2)$ chia hết cho đa thức x^2+2 . Chứng minh $5.P(2028)+6.Q(2022)$ chia hết cho 2024.	
	Xét đa thức $R(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ với $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$.	
	Ta có $R(A) - R(B) = [a_n(A^n - B^n) + a_{n-1}(A^{n-1} - B^{n-1}) + \dots + a_1(A - B)] : (A - B)$	0.25
	vì $(A^n - B^n) : (A - B), \forall n \in \mathbb{N}$	0.25
	Do đó : $[P(x^4) - P(4)] : (x^4 - 4) \Rightarrow [P(x^4) - P(4)] : (x^2 + 2)$ vì $(x^4 - 4) = (x^2 + 2).(x^2 - 2)$ và $[Q(x^2) - Q(-2)] : (x^2 + 2)$	0.25

	Mặt khác, ta có: $x.P(x^4) + Q(x^2) = x.[P(x^4) - P(4)] + [Q(x^2) - Q(-2)] + P(4).x + Q(-2)$	0.25
	Ta có: $P(x^4) - P(4)$, $Q(x^2) - Q(-2)$ và $x.P(x^4) + Q(x^2)$ chia hết cho đa thức $x^2 + 2$ nên $\begin{cases} P(4) = 0 \\ Q(-2) = 0 \end{cases}$	0.25
	Suy ra $\begin{cases} P(x) : (x-4) \\ Q(x) : (x+2) \end{cases}$	0.25
	$\Rightarrow \begin{cases} P(2028) : 2024 \\ Q(2022) : 2024 \end{cases}$	0.25
	$\Rightarrow 5.P(2028) + 6.Q(2022)$ chia hết cho 2024.	0.25
Câu 3		3.5đ
a) 1,5 đ	a) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + xy - x - 3y = 7$.	
	Ta có $x^2 + xy - x - 3y = 7 \Leftrightarrow (x-3)(x+y+2) = 1$ (*)	0.5
	Do x, y nguyên nên từ (*) ta có $\begin{cases} x-3=1 \\ x+y+2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0.5
	Hoặc $\begin{cases} x-3=-1 \\ x+y+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-5 \end{cases}$ (thỏa mãn).	0.5
Vậy phương trình có hai nghiệm nguyên là $(x; y) = (4; -5)$, $(x; y) = (2; -5)$.		
b) 1,0 đ	Với mỗi số thực a , gọi $[a]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá a . Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $\left[\frac{n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 1}{4n^2} \right]$ là một số nguyên tố.	
	Ta có $A = \frac{n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 1}{4n^2} = \frac{n^2}{4} - n + \frac{5}{4} - \frac{1}{4n^2}$. * Trường hợp 1: Xét $n = 2k, k \in \mathbb{N}^*$ Ta có $A = (k-1)^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{16k^2}$. Vì $0 < \frac{1}{4} - \frac{1}{16k^2} < 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$, nên $[A] = (k-1)^2$ không phải là số nguyên tố (loại).	0.5
	* Trường hợp 2: Xét $n = 2k+1, k \in \mathbb{N}$ Ta có $A = k^2 - k + \frac{1}{2} - \frac{1}{4(2k+1)^2} = k(k-1) + \frac{1}{2} - \frac{1}{4(2k+1)^2}$ Vì $0 < \frac{1}{2} - \frac{1}{4(2k+1)^2} < 1, \forall k \in \mathbb{N}$, nên $[A] = k(k-1)$ Nên để $[A]$ là số nguyên tố $\Leftrightarrow k(k-1) = 2.1 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow n = 5$ (thỏa mãn).	0.5
c) 1,0 đ	Nhân kỷ niệm 60 năm ngày thành lập, Trường trung học phổ thông X đã chọn ra 300 học sinh tham gia cuộc điều hành. Mỗi em tham gia điều hành được gán một số nguyên dương phân biệt từ 1 đến 300. Ban tổ chức xếp ngẫu nhiên 300 em học sinh đó thành bốn khối đội hình. Chứng minh rằng luôn có ba em học sinh thuộc cùng một khối đội hình mà ba số x, y, z được gán trên các em học sinh đó thỏa mãn x chia hết cho y và y chia hết cho z .	
	Gọi $\Omega = \{1; 2; 3; 4; \dots; 300\}$ và $A = \{2^0; 2^1; 2^2; \dots; 2^8\} \subset \Omega$ (Tập A có 9 phần tử)	0.25

	Ta có 9 chia 4 được 2 dư 1 nên theo nguyên lý Dirichlet khi chia Ω thành 4 tập con, tồn tại ít nhất một tập con chứa ít nhất 3 phần tử của tập A .	0.25
	Gọi ba phần tử đó là $x = 2^a$, $y = 2^b$, $z = 2^c$ với $a > b > c$ Khi đó ta thấy ba số thỏa mãn điều kiện $2^a : 2^b$ và $2^b : 2^c$	0.25
	Từ đó suy ra $x : y$ và $y : z$ (đpcm).	0.25
Câu 4		6.0 đ
	Cho đường tròn (O) đường kính AB, I là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng OA (I khác A và O), dây cung CD của đường tròn (O) vuông góc với AB tại I. Từ điểm I kẻ các đường thẳng IM, IN lần lượt vuông góc với các đường thẳng AC, BC (M thuộc AC, N thuộc BC). Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng MN và AB, E là giao điểm thứ hai của đường thẳng PC và đường tròn (O) (E khác C). a) Chứng minh tứ giác $AMNB$ nội tiếp được trong một đường tròn và $PM \cdot PN = PA \cdot PB$. b) Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMNB$. Chứng minh đường thẳng IE vuông góc với đường thẳng CE và ba điểm E, I, F thẳng hàng. c) Chứng minh biểu thức $\frac{MA \cdot AB \cdot BN}{CP \cdot CD \cdot CE}$ có giá trị không đổi khi điểm I di chuyển trên đoạn thẳng OA (I khác A và O).	
		
	a) Chứng minh tứ giác $AMNB$ nội tiếp được trong một đường tròn và $PM \cdot PN = PA \cdot PB$.	
a) 2,5 đ	* Chứng minh tứ giác $AMNB$ nội tiếp. Theo giả thiết suy ra tứ giác $IMCN$ là hình chữ nhật (tứ giác có ba góc vuông) Nên $CMN = CIN$. mặt khác $CIN = CBI$ (cùng phụ với góc ICB) suy ra $CMN = ABN$. Xét tứ giác $AMNB$ có $AMN + ABN = AMN + CMN = 180^\circ$ và hai góc AMN và ABN ở hai vị trí đối diện nên tứ giác $AMNB$ nội tiếp. * Chứng minh $PA \cdot PB = PM \cdot PN$. Xét hai tam giác PAM và PNB có: Góc tại đỉnh P chung; $PMA = CMN = PBN$. Từ đó hai tam giác PAM đồng dạng với tam giác PNB (g.g) Suy ra $\frac{PA}{PN} = \frac{PM}{PB} \Leftrightarrow PA \cdot PB = PM \cdot PN$.	0.5
	mặt khác $CIN = CBI$ (cùng phụ với góc ICB) suy ra $CMN = ABN$.	0.5
	Xét tứ giác $AMNB$ có $AMN + ABN = AMN + CMN = 180^\circ$ và hai góc AMN và ABN ở hai vị trí đối diện nên tứ giác $AMNB$ nội tiếp.	0.5
	* Chứng minh $PA \cdot PB = PM \cdot PN$. Xét hai tam giác PAM và PNB có: Góc tại đỉnh P chung; $PMA = CMN = PBN$. Từ đó hai tam giác PAM đồng dạng với tam giác PNB (g.g)	0.5
	Suy ra $\frac{PA}{PN} = \frac{PM}{PB} \Leftrightarrow PA \cdot PB = PM \cdot PN$.	0.5
	b) Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMNB$. Chứng minh đường thẳng IE vuông góc với đường thẳng CE và ba điểm E , I , F thẳng hàng.	
b) 2,0 đ	* Ta chứng minh $IE \perp CE$ Chỉ ra được $PA \cdot PB = PE \cdot PC$ (chứng minh hai tam giác đồng dạng) Theo phần a) ta có $PA \cdot PB = PM \cdot PN$ từ đó suy ra tứ giác $MECN$ nội tiếp và M, E, C, N, I cùng nằm trên đường tròn đường kính MN và CI, do đó $IE \perp CE$ (1). * Gọi Q là điểm đối xứng của C qua O. Từ cách dựng ta có CQ là đường kính của đường tròn (O) nên $QEC = 90^\circ$ hay $QE \perp EC$ (2) Từ (1), (2) suy ra Q, I và E thẳng hàng (3) Ta có $FO \parallel CK$ vì cùng vuông góc với AB (4)	0.5
	Theo phần a) ta có $PA \cdot PB = PM \cdot PN$ từ đó suy ra tứ giác $MECN$ nội tiếp và M, E, C, N, I cùng nằm trên đường tròn đường kính MN và CI , do đó $IE \perp CE$ (1).	0.5
	* Gọi Q là điểm đối xứng của C qua O. Từ cách dựng ta có CQ là đường kính của đường tròn (O) nên $QEC = 90^\circ$ hay $QE \perp EC$ (2) Từ (1), (2) suy ra Q, I và E thẳng hàng (3) Ta có $FO \parallel CK$ vì cùng vuông góc với AB (4)	0.25
		0.25

	* Ta chứng minh I, F và Q thẳng hàng. Thực vậy: Gọi H là giao điểm của OC với MN, khi đó ta có $HCN = OBC$ (do tam giác OBC cân tại O); $CNH = MAB$ (do tứ giác $AMNB$ nội tiếp). Suy ra $HCN + HNC = CBA + CAB = 90^\circ \Rightarrow QC \perp MN$. Gọi K là tâm của hình chữ nhật $IMCN$ khi đó K là trung điểm của đoạn MN nên $FK \perp MN$, từ đó ta được $FK \parallel QC$ (5)	0,25
	Từ (4) và (5) $\Rightarrow$ Tứ giác $FKCO$ là hình bình hành $\Rightarrow FO \parallel CI$ và $FO = \frac{1}{2}CI$. Do đó FO là đường trung bình của tam giác QCI nên F là trung điểm của đoạn IQ suy ra I, F và Q thẳng hàng (6). Từ (3) và (6) suy ra E, I, F thẳng hàng.	0.25
c) 1,5đ	c) Chứng minh biểu thức $\frac{MA.AB.BN}{CP.CD.CE}$ có giá trị không đổi khi điểm I di chuyển trên đoạn thẳng OA (I khác A và O).	
	Ta có $AM.AC = AI^2, BN.BC = BI^2$ Từ trên suy ra $AM.AC.BC.BN = AI^2.BI^2$ $\Rightarrow AM.AB.CI.BN = CI^4$ (vì $AC.BC = AB.CI$ và $AI.BI = CI^2$) $\Rightarrow AM.AB.BN = CI^3$ (7)	0.5
	Ta có $CP.CE = CI^2$ Mà $CD = 2CI \Rightarrow CP.CE.CD = 2CI^3$ (8)	0.5
	Từ (7) và (8) ta được $\frac{MA.AB.BN}{CP.CD.CE} = \frac{1}{2}$.	0.5
Câu 5		1,0 đ
Cho các số dương x, y thỏa mãn $xy \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = \frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} + \frac{1}{1+xy}.$		
	Ta có: $K = \left(\frac{x}{1+y} + 1\right) + \left(\frac{y}{1+x} + 1\right) + \frac{1}{1+xy} - 2$ $= (x+y+1) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y}\right) + \frac{1}{1+xy} - 2.$	0.25
	Mặt khác với mọi a, b dương ta có: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{4}{a+b+2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b$. Khi đó ta có $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} \geq \frac{4}{x+y+2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y$. Do đó ta được $K \geq \frac{4(x+y+1)}{x+y+2} + \frac{1}{xy+1} - 2 = 4 \left(1 - \frac{1}{x+y+2}\right) + \frac{1}{xy+1} - 2$ $= 2 + \frac{1}{xy+1} - \frac{4}{x+y+2}.$	0.25
	Đặt $t = \sqrt{xy}, t \geq 1$ và có $x+y \geq 2\sqrt{xy}$ ta được $K \geq 2 + \frac{1}{t^2+1} - \frac{2}{t+1} = \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{t^2+1} - \frac{2}{t+1}\right) \quad (\forall t \geq 1)$	0.25

	$= \frac{3}{2} + \frac{(t-1)^3}{2(t+1)(t^2+1)} \geq \frac{3}{2}$ $K = \frac{3}{2}$ khi $t = 1$, ta được $x = y = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của K bằng $\frac{3}{2}$ khi $x = y = 1$.	0.25
Tổng	Điểm toàn bài	20 đ

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.
- Đối với câu IV, học sinh không vẽ hình thì không chấm.
- Điểm toàn bài không làm tròn.