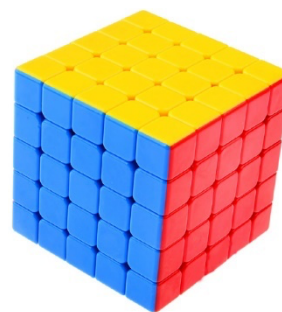


Câu 1: (5,0 điểm)

Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng a là số nguyên dương được sơn màu tất cả các mặt. Khối lập phương được cắt thành a^3 khối lập phương có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm a nếu số khối lập phương đơn vị không tô màu mặt nào gấp đôi số khối lập phương được tô màu đúng một mặt.



Câu 2: (5,0 điểm)

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của đa thức $P(x) = x^4 + x^3 - 1$. Chứng minh rằng $x_1 \cdot x_2$ là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^6 + x^4 + x^3 - x^2 - 1$.

Câu 3: (5,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn
 $f(x^3) + [f(y)]^3 + [f(z)]^3 = 3xyz, \forall x; y; z \in \mathbb{R}$ sao cho $x + y + z = 0$.

Câu 4: (5,0 điểm)

Cho dãy số (a_n) là dãy vô hạn các số nguyên dương (với k là số nguyên dương cho trước) thỏa mãn $a_{n+2}(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k), \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N} (*)$

a. Với $k = 1$, tìm một dãy số thỏa điều kiện (*).

b. Tìm tất cả các dãy (a_n) thỏa (*).

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh.; Số báo danh.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

**KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN
DỰ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUỐC GIA**

Khóa ngày 17/8/2024

Môn : TOÁN

BÀI THI THỨ HAI

Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 5: (5,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G(2,3)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Biết phương trình đường tròn đi qua trung điểm của ba đoạn $HA; HB; HC$ có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 6: (5,0 điểm)

Cho hai số thực dương sao cho $x + y^{2025} \geq 1$. Chứng minh rằng

$$x^{2025} + y > \frac{99}{100}$$

Câu 7: (5,0 điểm)

Một hình vuông (10×10) tạo bởi 100 ô vuông đơn vị, lần lượt được đánh số các ô vuông từ 1 đến 100 theo thứ tự từ trái qua phải từ trên xuống dưới. Người ta cắt hình vuông này thành 50 hình chữ nhật có diện tích (1×2) đơn vị. Gọi S là tổng của các tích hai số được ghi trên mỗi hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của S .

Câu 8: (5,0 điểm)

a. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho ba chữ số $a; b; c$ đôi một khác nhau và là độ dài ba cạnh của một tam giác.

b. Một hộp đựng 100 thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên ra ba thẻ. Tính xác suất của biến cố $A =$ "Số ghi trên ba thẻ là số đo ba cạnh của một tam giác".

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh.; Số báo danh.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HỌC SINH GIỎI
TẠO AN GIANG**

CẤP QUỐC GIA
Khóa ngày 17/8/2024
Môn : TOÁN
ĐÁP ÁN

Câu	Lược giải	Điểm
Câu1 5,0 đ	Trường hợp $a = 1, a = 2$ không có khối lập phương không tô màu. Trường hợp $a > 2$. Khối lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh, 6 mặt Khi tô màu các mặt của khối lập phương cạnh a nguyên dương ta được Số khối đơn vị được tô màu ba mặt là 8 khối ở bốn góc; Số khối đơn vị được tô màu hai mặt bằng 12. $(a - 2)$ Số khối đơn vị được tô màu đúng một mặt bằng $6(a - 2)^2$ Số khối đơn vị không tô màu bằng $(a - 2)^3 = a^3 - (8 + 12(a - 2) - 6(a - 2)^2)$ Ta có phương trình $(a - 2)^3 = 12(a - 2)^2$ $a - 2 = 12 \Rightarrow a = 14$ Vậy độ dài cạnh của khối lập phương là 1, 2 hay 14 đơn vị.	5,0đ
Câu2 5,0 đ	Gọi a, b, c, d là bốn nghiệm của đa thức $P(x) = x^4 + x^3 - 1$ (lưu ý đa thức $P(x)$ chỉ có hai nghiệm thực khác 0) khi đó $x^4 + x^3 - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)(x - d) \Rightarrow abcd = -1 \Rightarrow ab = \frac{-1}{cd} (*)$ $a + b + c + d = -1 (**)$ Mặt khác $P(a) = 0 \Rightarrow a^4 + a^3 - 1 = 0 \Rightarrow a^3 = \frac{1}{a+1}$ tương tự $b^3 = \frac{1}{b+1}; c^3 = \frac{1}{c+1}; d^3 = \frac{1}{d+1} (***)$ Ta có $Q(x) = x^6 + x^4 + x^3 - x^2 - 1 = x^3 \left(x^3 + x + 1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \right)$ $Q(ab) = (ab)^3 \left((ab)^3 + (ab) + 1 - \frac{1}{ab} - \frac{1}{(ab)^3} \right)$ $= (ab)^3 [(ab)^3 + (ab) + 1 + cd + (cd)^3]$ Do $ab \neq 0$ và từ (***) ta được $a^3 b^3 = \frac{1}{(a+1)(b+1)} = \frac{-1}{c^3 d^3}$ $\frac{1}{(a+1)(b+1)} = -(c+1)(d+1)$ Tương tự $c^3 d^3 = -(a+1)(b+1)$ Khi đó $[(ab)^3 + (ab) + 1 + cd + (cd)^3] =$ $= -(c+1)(d+1) + ab + 1 + cd - (a+1)(b+1)$ $= -(cd + c + d + 1) + ab + 1 + cd - (ab + a + b + 1)$ $= -1 - a - b - c - d = -1 + 1 = 0 \text{ (áp dụng (**))}$ Vậy $Q(ab) = 0$, hay ab là nghiệm của $Q(x)$.	5,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
Câu3 5,0 đ	$f(x^3) + [f(y)]^3 + [f(z)]^3 = 3xyz, \forall x; y; z \in R$ sao cho $x + y + z = 0$. Cho $x = y = z = 0$ ta được $f(0) + 2f(0)^3 = 0$ $\Leftrightarrow f(0)[1 + 2f(0)^2] = 0 \Rightarrow f(0) = 0$ Cho $x = 0; z = -y$ ta được $f(0) + [f(y)]^3 + [f(-y)]^3 = 0$ $f(y) = -f(-y) \Leftrightarrow f(-y) = -f(y)$ $\Rightarrow f$ là hàm số lẻ $\forall x \in R$ thay $y = -x; z = 0$ ta được $f(x^3) + [f(-x)]^3 + f(0)^3 = 0$ $f(x^3) = [f(x)]^3, \forall x \in R$ Nhu vậy điều kiện bài toán trở thành $[f(x)]^3 + [f(y)]^3 + [f(z^3)] = 3xyz$ Thay bộ ba số $(x; y; z)$ bởi $(x; y; -(x + y)); \forall x, y \in R$ ta được $[f(x)]^3 + [f(y)]^3 - [f((x + y))]^3 = -3xy(x + y)$ $\Leftrightarrow [f(x + y)]^3 = [f(x)]^3 + [f(y)]^3 + 3xy(x + y)$ $\Leftrightarrow [f(x + y)]^3 = [f(x)]^3 + [f(y)]^3 + (x + y)^3 - x^3 - y^3$ $\Leftrightarrow [f(x + y)]^3 - (x + y)^3 = [f(x)]^3 - x^3 + [f(y)]^3 - y^3$ Đặt $g(x) = [f(x)]^3 - x^3$ ta được $g(x + y) = g(x) + g(y); \forall x, y \in R$ (1) Vì f liên tục nên g liên tục trên R theo phương trình hàm Cauchy ta được $g(x) = kx$ Ta còn đi tính k, vì $f(x^3) = [f(x)]^3, \forall x \in R$, ta xét $g(x^3) = f(x^3)^3 - x^9 = f(x)^9 - x^9$ $= (f(x))^3 - x^3)(f(x)^6 + x^3f(x)^3 + x^6)$ $= g(x)[(f(x)^3 - x^3)^2 + 3x^3f(x)^3]$ $= g(x)[g(x)^2 + 3x^3(g(x) + x^3)]$ $= g(x)[g(x)^2 + 3x^3g(x) + 3x^6]$ $g(x^3) = g(x)[g(x)^2 + 3x^3g(x) + 3x^6]$ (2) Cho $x = 2 \Rightarrow g(2^3) = g(2)[g(2)^2 + 24g(2) + 192];$ theo (1) $\Rightarrow g(2^3) = g(4 + 4) = 2g(4) = 4g(2)$ Ta được $4g(2) = g(2)[g(2)^2 + 24g(2) + 192] \Leftrightarrow g(2) = 0$ hoặc $4 = g(2)^2 + 24g(2) + 192 \Leftrightarrow g(2)^2 + 24g(2) + 188 = 0$ (VN) Vậy $g(2) = 0 \Rightarrow g(2) = k.2 \Leftrightarrow k = 0$ $\Rightarrow f(x)^3 - x^3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = x, \forall x \in R$.	5,0đ
Câu4 5,0 đ	a. Với $k = 1 \Rightarrow a_{n+2}(a_{n+1} - 1) = a_n(a_{n+1} + 1)$ $\Leftrightarrow a_{n+2} = \frac{a_n(a_{n+1} + 1)}{a_{n+1} - 1}$ Chọn $a_1 = 1; a_2 = 2 \Rightarrow a_3 = 3; \dots; a_n = n; \dots$ Vậy (a_n) với $a_n = n$ thỏa điều kiện bài toán.	1,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
	b. Ta có nhận xét $a_{n+2}(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k)$ về phải $a_n(a_{n+1} + k)$ là số nguyên dương nên $\Rightarrow a_{n+2}(a_{n+1} - k) > 0 \Rightarrow a_{n+1} > k; \forall n \geq 1$ $a_{n+2}(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k) \Leftrightarrow \frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{a_{n+1} + k}{a_{n+1} - k} = 1 + \frac{2k}{a_{n+1} - k} \quad (1)$ Vì dãy số a_n nguyên dương nên ta được $a_{n+2} \geq a_n + 1$. $a_{n+2} = \frac{a_n(a_{n+1} + k)}{a_{n+1} - k} = a_n \left(1 + \frac{2k}{a_{n+1} - k} \right) = a_n + \frac{2ka_n}{a_{n+1} - k} \quad (2)$ Từ đẳng thức(2) với $a_{n+2}; a_n$ là số nguyên dương nên $\frac{2ka_n}{a_{n+1} - k}$ là số nguyên dương do vậy $(a_{n+1} - k) 2ka_n$ Đặt $r \geq 1, r \in \mathbb{Z}^+; 2ka_n = r(a_{n+1} - k)$ từ (1) $\frac{a_{n+2}}{a_n} = 1 + \frac{2k}{a_{n+1} - k} = 1 + \frac{2kr}{2ka_n} = 1 + \frac{r}{a_n} \Rightarrow a_{n+2} = a_n + r$ Mặt khác theo (2) $a_{n+3} = a_{n+1} + \frac{2ka_{n+1}}{a_{n+2} - k} = a_{n+1} + \frac{2ka_{n+1}}{a_n + r - k} = a_{n+1} + \frac{2ka_{n+1}}{\frac{r(a_{n+1} - k)}{2k} + r - k}$ $= a_{n+1} + \frac{4k^2 a_{n+1}}{ra_{n+1} + rk - 2k^2}$ Ta lại được $\frac{4k^2 a_{n+1}}{ra_{n+1} + rk - 2k^2} = r$ $\Leftrightarrow 4k^2 a_{n+1} = r^2 a_{n+1} + r^2 k - 2rk^2$ $\Leftrightarrow (4k^2 - r^2) a_{n+1} = rk(r - 2k)$ $\Leftrightarrow (2k + r)(2k - r) a_{n+1} = rk(r - 2k)$ $\left[\begin{array}{l} r = 2k \\ (2k + r) a_{n+1} = -rk \end{array} \right.$ + Nếu $r = 2k$ khi đó $a_{n+2} = a_n + 2k$. Thay vào giả thiết ban đầu ta được $a_{n+2}(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k) \Leftrightarrow (a_n + 2k)(a_{n+1} - k) = a_n(a_{n+1} + k)$ $\Leftrightarrow a_n a_{n+1} + 2ka_{n+1} - ka_n - 2k^2 = a_n a_{n+1} + ka_n$ $\Leftrightarrow 2ka_{n+1} = 2ka_n + 2k^2 \Leftrightarrow a_{n+1} = a_n + k$ + Nếu $r \neq 2k \Rightarrow (2k + r) a_{n+1} = -rk$ phương trình vô nghiệm do về phải là số âm Kết luận: Dãy số cần tìm (a_n) là cấp số cộng công sai $d = k, a_{n+1} = a_n + k$ thỏa yêu cầu bài toán.	4,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
Câu5 5,0 đ	Gọi $D; E; F$ lần lượt là trung điểm của $HA; HB; HC$ và $M; N; P$ lần lượt là trung điểm của ba cạnh $BC; CA; AB$. Ta chứng minh đường tròn tâm $I(1; 2)$ qua trung điểm của $HA; HB; HC$ đi qua ba trung điểm của các cạnh $AB; BC; CA$. Ta có DF, MF lần lượt là các đường trung bình của tam giác $HAC; HBC \Rightarrow DF$ song song $AC; MF$ song song HB, mà BH vuông góc $AC \Rightarrow BH$ vuông góc DF, mà MF song song $BH \Rightarrow MF$ vuông góc DF. Tương tự DE, EM lần lượt là các đường trung bình của tam giác $HAB; HBC$ nên DE, ME lần lượt song song với AB và $CH \Rightarrow ME$ vuông góc DE. Vậy tứ giác $DEMN$ nội tiếp đường tròn. Tương tự ta được đường tròn qua ba điểm D, E, F chứa ba điểm M, N, P. Mặt khác $AM; BN; CP$ đồng quy tại $G; \overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GC} = -2\overrightarrow{GP}$. Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là ảnh của đường tròn qua ba điểm M, N, P qua phép vị tự tâm G tỉ số $k = -2$ Xét phép vị tự $f(G; k = -2): I(1; 2) \rightarrow O: \overrightarrow{GO} = -2\overrightarrow{GI};$ $\overrightarrow{GO} = (x_0 - 2; y_0 - 3); \overrightarrow{GI} = (-1; -1)$ $\Rightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = 2 \\ y_0 - 3 = -2(-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = 5 \end{cases}$ Bán kính $R = 2r_I = 2$ Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$	5,0đ
Câu6 5,0đ	Áp dụng bất đẳng thức Bernuli $(1 + x)^\alpha > 1 + \alpha x; \forall \alpha \geq 2; x \geq -1, x \neq 0$ + Nếu $x \geq 1 - \frac{1}{100.2025}$ khi đó áp dụng Bernuli ta được $x^{2025} \geq \left(1 - \frac{1}{100.2025}\right)^{2025} > 1 - 2025 \cdot \frac{1}{100.2025} = 1 - \frac{1}{100}$ $\Rightarrow x^{2025} + y > \frac{99}{100}$ + Nếu $x < 1 - \frac{1}{100.2025} \Leftrightarrow 1 - x > \frac{1}{100.2025}$ theo giả thiết $x + y^{2025} \geq 1 \Rightarrow y^{2025} \geq 1 - x$ $y \geq (1 - x)^{\frac{1}{2025}} > \left(\frac{1}{100.2025}\right)^{\frac{1}{2025}}$ Ta có $\left(1 + \frac{1}{99}\right)^{2025} > \left(1 + \frac{1}{99}\right)^{20.99} > \left[\left(1 + \frac{1}{99}\right)^{99}\right]^{20} >$ $> \left(1 + 99 \cdot \frac{1}{99}\right)^{20} = 2^{20} > 100.2025$	5,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
	$\Rightarrow \frac{1}{100.2025} > \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{99}\right)^{2025}}$ Vậy $x^{2025} + y > y > \left(\frac{1}{100.2025}\right)^{\frac{1}{2025}} > \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{99}\right)^{2025}}\right]^{\frac{1}{2025}} = \frac{99}{100}$ Bất đẳng thức đã được chứng minh.	
Câu7 5,0 đ	Gọi hai số trên hình chữ nhật 2 đơn vị là $(a_i; b_i)$, $i = 1 \dots 50$ Tổng các tích của hai số trên các hình chữ nhật là $S = \sum_{i=1}^{50} a_i b_i = \sum_{i=1}^{50} \frac{a_i^2 + b_i^2 - (a_i - b_i)^2}{2}$ $= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i^2 + b_i^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i - b_i)^2$ Vì các $a_i; b_i$ lần lượt vét các số từ 1 ... 100 nên: $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i^2 + b_i^2) = \frac{1}{2} [1^2 + 2^2 + \dots + 100^2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{[100 \cdot (100 + 1)(200 + 1)]}{6}$ $= 169175$ $\left(\text{Ta có: } 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$ Để S bé nhất thì tổng $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i - b_i)^2$ lớn nhất, muốn vậy các hình chữ nhật phải sắp theo chiều dọc vì nếu sắp ngang $a_i - b_i = 1$ còn sắp dọc thì $a_i - b_i = 10$ khi đó ta được $S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i^2 + b_i^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} (a_i - b_i)^2 \geq 169175 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{50} 10^2$ $\min S = 169175 - \frac{10^2 \cdot 50}{2} = 166675.$	5,0đ
Câu8 5,0 đ	Nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác khi đó $a; b; c \in \{1, 2 \dots 9\}$ Ta đếm các số $\overline{abc}$ thỏa mãn $a < b < c$, vì a, b, c là ba cạnh của một tam giác nên tổng hai cạnh phải lớn hơn cạnh thứ ba. Ta đã có $b + c > a; a + c > b$, như vậy ta chỉ còn kiểm tra điều kiện $a + b > c$ là đủ. Cố định $c \in \{1, 2 \dots 9\}$ ta xác định $a; b$ sao cho $a + b > c$ $+ c = 9, a = 1$ không có b $a = 2 \Rightarrow b = 8$ $a = 3 \Rightarrow b = 7, 8$ $a = 4 \Rightarrow b = 6, 7, 8$	1,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
	$a = 5 \Rightarrow b = 6, 7, 8$ $a = 6 \Rightarrow b = 7, 8$ $a = 7 \Rightarrow b = 8.$ $a = 8$ không có b ; có 12 = 4.3 số $+ c = 8, a = 1$ không có b $a = 2 \Rightarrow b = 7$ $a = 3 \Rightarrow b = 6, 7$ $a = 4 \Rightarrow b = 5, 6, 7$ $a = 5 \Rightarrow b = 6, 7$ $a = 6 \Rightarrow b = 7$; có 9 = 3.3 số $+ c = 7,$ $a = 2 \Rightarrow b = 6$ $a = 3 \Rightarrow b = 5, 6$ $a = 4 \Rightarrow b = 5, 6$ $a = 5 \Rightarrow b = 6$; có 6 = 2.3 số $+ c = 6$ $a = 2 \Rightarrow b = 5$ $a = 3 \Rightarrow b = 4, 5$ $a = 4 \Rightarrow b = 5$; có 4 = 2.2 số $+ c = 5$ $a = 2 \Rightarrow b = 4$ $a = 3 \Rightarrow b = 4$; có 2 = 1.2 số $+ c = 4 \Rightarrow b = 3 ; c = 2$; có 1 số Vậy có $12 + 9 + 6 + 4 + 2 + 1 = 34$ số. Tuy nhiên do các số không cần thứ tự nên mỗi số ta hoán vị thì được số cần tìm. Vậy số các số cần tìm là $34. P_3 = 34.6 = 204$ số	
	Số không gian mẫu $n(\Omega) = \Omega = C_{100}^3$ Gọi $(x; y; z)$ là ba số ghi trên thẻ được lấy ra thỏa yêu cầu bài toán, do lấy ngẫu nhiên cùng lúc ba thẻ, ta sắp thứ tự ba thẻ (x, y, z) sao cho $x < y < z$. Để bộ ba số là số đo ba cạnh của một tam giác thì tổng hai cạnh phải lớn hơn cạnh thứ ba, dễ thấy $y + z > x$ và $x + z > y$. Để chọn bộ ba số thỏa điều kiện bài toán thì ta phải chọn sao cho $x + y > z$. Ta thực hiện phép chọn như sau: Đầu tiên chọn $z = k, k \leq 100$; sau đó chọn x, ứng với mỗi x ta chọn y sao cho $x + y > z$ Xét tập hợp $A_k = \{(x; y; z) x, y, z \in \{1, 2 \dots 100\}; x < y < z = k, x + y > z\}$ Do đã cố định $z = k$ nên các tập hợp A_k không có phần chung. Số biến cố thuận lợi là $n(A) = A_1 + A_2 + \dots + A_{100} $ Ta có $ A_1 = A_2 = A_3 = 0$ vì bộ ba số $(1, 2, 3)$ không tạo thành độ dài cạnh của tam giác. với $k \geq 4$	4,0đ

Câu	Lược giải	Điểm
	Trường hợp 1: k chẵn, $k = 2m$ ($m \geq 2$) + Xét $1 \leq x \leq m$ Vì $k = 2m \geq 2x \Rightarrow k - x \geq x \Rightarrow x \leq k - x < y < z = k$ như vậy để chọn y thỏa điều kiện $x + y > z$ khi đó y phải thỏa $k - x + 1 \leq y \leq k - 1$. Như vậy mỗi số x, số cách chọn y là $(k - 1) - (k - x + 1) + 1 = x - 1$ + Xét $x > m$ vì $y > x \Rightarrow x + y > 2x > 2m = z$ thỏa điều kiện, và $x < y < z = 2m$ như vậy mỗi giá trị x ta chọn y từ $(x + 1)$ đến $z - 1 = 2m - 1$. Vậy số cách chọn y là $(2m - 1) - (x + 1) + 1 = 2m - x - 1$ Tóm lại với $k = 2m$ số cách chọn bộ ba số là $ A_k = \sum_{x=1}^m (x - 1) + \sum_{x=m+1}^{2m-1} (2m - x - 1)$ $= (0 + 1 + \dots + m - 1) + (m - 2 + m - 3 + \dots + 1 + 0) =$ $= \frac{m(m - 1)}{2} + \frac{(m - 1)(m - 2)}{2} = (m - 1)^2$ Trường hợp 2: k lẻ, $k = 2m + 1$ ($m \geq 2$) + Xét $1 \leq x \leq m \Rightarrow k = 2m + 1 \geq 2x \Rightarrow k - x > x; x + y > z$ $\Rightarrow y > k - x > x \Rightarrow k - x + 1 \leq y \leq z - 1 = k - 1$ Mỗi giá trị x số cách chọn y là $(k - 1) - (k - x + 1) + 1 = x - 1$ + Xét $x > m$ với mọi x ta đều có $x + 1 \leq y \leq z - 1$ ta có $x + y \geq x + x + 1 = 2x + 1 > 2m + 1 = z$ thỏa điều kiện, hay $x + 1 \leq y \leq z - 1$ Số cách chọn y là $(2m + 1 - 1) - (x + 1) + 1 = 2m - x$. Vậy với $k = 2m + 1$ ta có $ A_k = \sum_{x=1}^m (x - 1) + \sum_{x=m+1}^{2m-1} (2m - x) = m(m - 1)$ $= (0 + 1 + \dots + m - 1) + (m - 1 + m - 2 + \dots + 1)$ $= \frac{m(m - 1)}{2} + \frac{(m - 1)m}{2} = m(m - 1)$ Số cách chọn bộ ba số là $\Rightarrow n(A) = A_1 + A_3 + \dots + A_{99} + A_2 + A_4 + \dots + A_{100} $ $= \sum_{m=0}^{49} m(m - 1) + \sum_{m=1}^{50} (m - 1)^2 = 39200 + 40425 = 79625$ Xác suất biến cố cần tìm $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \left(\sum_{m=0}^{49} m(m - 1) + \sum_{m=1}^{50} (m - 1)^2 \right) \div C_{100}^3 = \frac{79625}{161700} = \frac{65}{132}$	

Chú ý: + Học sinh làm cách khác đúng vẫn được điểm tối đa

+ Điểm chia nhỏ thành nhiều ý để chấm theo sự thống nhất chung của tổ chấm.

+ Điểm bài thi không làm tròn.