

Bài 1 (4,0 điểm). Xét x, y, z, t là bốn số thực dương, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^3+1}{y+z} + \frac{y^3+1}{z+t} + \frac{z^3+1}{t+x} + \frac{t^3+1}{x+y}.$$

Bài 2 (4,0 điểm). Cho $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ là đa thức với các hệ số thực, có bậc là n và có n nghiệm thực (ở đó $n \in \mathbb{N}^*$ và $n \geq 3$). Biết $a_{n-2} = 0$ và $\frac{a_{n-1}}{a_n} > n+1$. Chứng minh rằng $P(x)$ có cả nghiệm dương, nghiệm âm và có nghiệm thuộc

khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{n+1}\right)$.

Bài 3 (4,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) . Các điểm E, F lần lượt thuộc các cạnh AC, AB sao cho EF song song với BC . Các tiếp tuyến tại E, F của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF cắt cạnh BC lần lượt tại M, N sao cho N nằm giữa B và M . Gọi K là giao điểm của các đoạn thẳng BE và FN , L là giao điểm của các đoạn thẳng CF và EM .

a) Gọi S, T lần lượt là giao điểm thứ hai của BE, CF với đường tròn (O) . Chứng minh rằng tứ giác $AFKS$ nội tiếp một đường tròn và $\widehat{KAB} = \widehat{LAC}$.

b) Gọi X là giao điểm của các đoạn thẳng BE, CF ; Y là giao điểm của các đoạn thẳng EN, FM ; đường thẳng XY cắt cạnh BC tại điểm P . Chứng minh rằng $\frac{PB}{PC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Bài 4 (4,0 điểm). Xét p là số nguyên tố thỏa mãn $p^2 \mid (2^{p-1} - 1)$. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n , số $(p-1)(p! + 2^n)$ có ít nhất 3 ước nguyên tố phân biệt.

Bài 5 (4,0 điểm). Một đường tròn đã được chia đều thành 36 cung tròn bởi 36 điểm chia, ta quy ước mỗi cung tròn nhỏ tạo bởi hai điểm chia liền kề nhau có độ dài bằng 1 đơn vị. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách chọn ra 9 điểm từ 36 điểm chia lúc đầu sao cho độ dài cung tròn có hai đầu mút là hai điểm chia bất kì trong số 9 điểm được chọn không bằng 4 đơn vị và cũng không bằng 9 đơn vị?

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... Họ tên, chữ ký GT 1:.....

Số báo danh:..... Họ tên, chữ ký GT 2:.....