

Câu 1: (4,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x-1}$, (m là tham số thực) có đồ thị (C_m) .

1. Tìm tất cả các giá trị của m để $\max_{[-1;0]} f(x) + \min_{[-1;0]} f(x) = 3$.

2. Với $m = 0$, tìm tất cả các điểm M trên (C_0) sao cho tiếp tuyến tại M với (C_0) cắt hai đường tiệm cận của (C_0) tại A và B thỏa mãn ΔIAB cân, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Câu 2: (6,0 điểm)

1. Giải phương trình: $2 \cos 3x \cdot \cos x - \cos 4x + \sin 2x + 1 = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \\ \frac{x^2}{\sqrt{y+1}} + \left(\sqrt{(x+1)(y+1)} + 5\right)\sqrt{x+6} = x^2 + 4x + 9 \quad (2) \end{cases}$$

3. Cho tập $T = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi H là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc T . Chọn ngẫu nhiên một số thuộc H . Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

Câu 3: (3,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có $A(-1; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và CD . Gọi H là giao điểm của BN và AM . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác HDN biết phương trình đường thẳng $BN: 2x + y - 8 = 0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 2.

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm AB . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và $\tan(\angle SH, (SCD))$.

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho hai đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 - cx - b$ và $Q(x) = x^3 + cx^2 - bx - a$ với $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

Chứng minh rằng $G(x) = P(x) - Q(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì $a \geq b \geq c$.

Câu 6: (2,0 điểm)

Giả sử phương trình $x^3 - 3x^2 + ax - b = 0$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có 3 nghiệm thực dương. Gọi các

nghiệm này là x_1, x_2, x_3 . Đặt $u_n = \frac{x_1^n + x_2^n + x_3^n}{x_1^{n+1} + x_2^{n+1} + x_3^{n+1}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Tim a, b để $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} < \sqrt{n^2 + 2021}$.

HẾT