

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi : 21/12/2021

Thời gian làm bài : 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (4 điểm)

a) Cho hàm số $y = 2(x+1)[4x^2 + 4(m+2)x + 5m+7] + 4$ có đồ thị là (C_m) , với m là tham số. Cho đường thẳng (d): $y = 2x + 6$ và điểm $I(-3;4)$. Tìm m để (d) cắt (C_m) tại ba điểm phân biệt $A(-1;4)$, B , C sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 4.

b) Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có thể tích bằng $\frac{125\pi}{4}(m^3)$. Tìm bán kính đáy của bồn chứa dầu sao cho bồn chứa dầu được làm ra tốn ít nguyên vật liệu nhất.

Câu 2. (4 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ và hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện: $a > 2021^{\log_{2021} b} \geq 1$; $f(\log_{2021} a) + 2 = f(\log_{2021} b)$. Tính $\log_{2021}(a+b)$.

b) Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn điều kiện $\tan B = \frac{3-2\tan C}{2+3\tan C}$. Chứng minh ΔABC có một góc tù và tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết rằng $BC = 6$.

Câu 3. (4 điểm)

a) Một hộp đựng 10 quả cầu được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ra n quả cầu trong 10 quả cầu đó, biết xác suất lấy được ít nhất một quả cầu mà số ghi trên đó chia hết cho 5 trong n quả cầu được lấy ra là $\frac{2}{3}$.

Tìm n .

b) Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{9-4x} + 2x^3 - 7x^2 + 6x - 1}{\sqrt{12x-15} + 3x^2 - 14x + 13}$.

Câu 4. (4 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , góc $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, $AB = a\sqrt{6}$, $AC = a\sqrt{3}$, khoảng cách từ C đến (SAB) bằng $\frac{12a}{7}$.

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

b) Gọi O, M lần lượt là trung điểm của BC, SC ; (P) là mặt phẳng chứa BM và song song với AO . Gọi góc giữa SB và (P) là α . Tính $\sin \alpha$.

c) Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $M.ABC$.

Câu 5. (2 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3^{\sqrt{\frac{x}{3}-1}+1} - 3^{\sqrt{y+1}+1} + x - 3y = 6 \\ \sqrt{3x^2+48} - 2\sqrt{6y+24} = 4\sqrt{6-x} \end{cases}$$

Câu 6. (2 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab \geq 1$ và $c(a+b+c) \geq 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{b+2c}{1+a} + \frac{a+2c}{1+b} + 6\ln(a+b+2c)$.

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.