

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu I. (3,0 điểm)

1) Giải phương trình :

a) $\sqrt{x-2} = 3$

b) $3x-5 = x+2$

2) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 4$

3) Cho phương trình $x^2 + 6x - m + 5 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 22$

Câu II. (3,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \frac{2}{\sqrt{5}-1}$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - 2y = -2 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 6 \end{cases}$$

3) Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì ta được một số mới lớn hơn số đã cho là 36, tổng của số mới tạo thành và số đã cho bằng 88

Câu III. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, C là điểm chính giữa của cung AB. Lấy điểm E thuộc cung CB (E khác C và B), gọi M là giao điểm của OC và AE

1) Chứng minh rằng : Tứ giác OMEB là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh rằng : $BC^2 = AM \cdot AE$

3) Kẻ $CI \perp AE$ ($I \in AE$). Chứng minh rằng OI là tia phân giác của $\angle COE$

4) Chứng minh rằng $\frac{IM}{IE} = \frac{EB}{EA}$

Câu IV. (1,0 điểm) Cho các số thực x, y tùy ý thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{10x^2 + 4xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + 4xy + 10y^2}$

ĐÁP ÁN

Câu I. (3,0 điểm)

4) Giải phương trình :

c) $\sqrt{x-2} = 3 \Leftrightarrow x = 11(tm)$

d) $3x - 5 = x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$

5) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 4$ (Học sinh tự vẽ)

6) Cho phương trình $x^2 + 6x - m + 5 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 22$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow m > -4$

Áp dụng hệ thức Vi-et : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 x_2 = 5 - m \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 = 22 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 22 \Leftrightarrow (-6)^2 - 2(5 - m) = 22 \Leftrightarrow m = 3(tm)$$

Câu II. (3,0 điểm)

4) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \frac{2}{\sqrt{5}-1}$

$$A = \frac{2}{\sqrt{5}+1} - \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{2\sqrt{5}-2-2\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{-4}{4} = -1$$

5) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1} - 2y = -2 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 6 \end{cases}$

ĐK: $x \geq -1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} - 2y = -2 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 4y = -4 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(tm) \\ y = 2 \end{cases}$$

6) Tìm một số có hai chữ số. Biết rằng nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì ta được một số mới lớn hơn số đã cho là 36, tổng của số mới tạo thành và số đã cho bằng 88

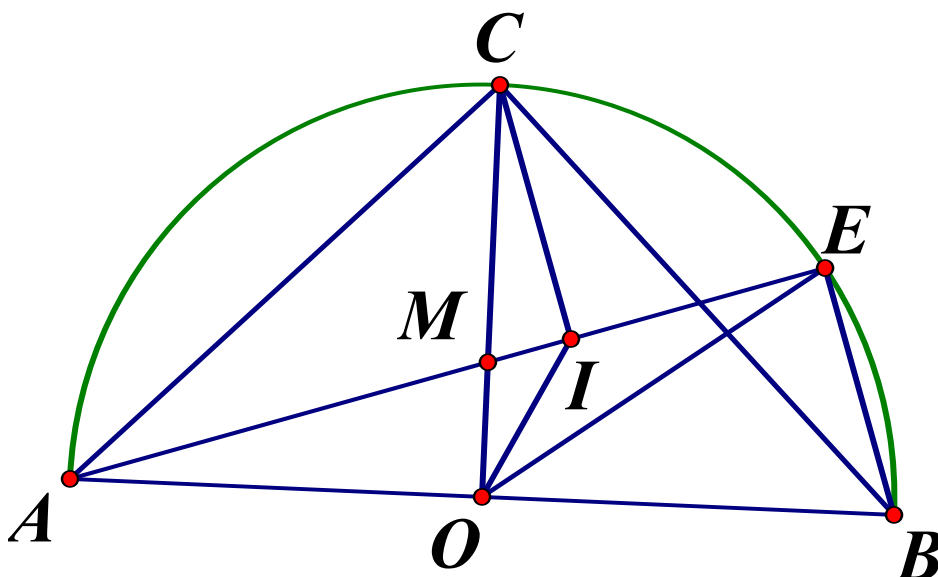
Gọi số ba đầu là $x (x \in \square, 11 \leq x \leq 99)$

Số mới là $y (y \in \square, 11 \leq y \leq 99)$

Ta có hệ $\begin{cases} y - x = 36 \\ x + y = 88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = 62 \end{cases} (tm)$

Vậy số cần tìm là 26

Câu III. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB , C là điểm chính giữa của cung AB . Lấy điểm E thuộc cung CB (E khác C và B), gọi M là giao điểm của OC và AE



5) Chứng minh rằng :Tứ giác $OMEB$ là tứ giác nội tiếp

Ta có $\angle MEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $\angle MOB = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle MEB + \angle MOB = 180^\circ \Rightarrow OMEB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn

6) Chứng minh rằng : $BC^2 = AM \cdot AE$

Ta có $\triangle CAB$ vuông tại C , đường cao CO

$\Rightarrow BC^2 = OB \cdot AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) $\Rightarrow BC^2 = OA \cdot AB$ (1)

$\triangle AOM \sim \triangle AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OA}{AE} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow OA \cdot AB = AM \cdot AE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC^2 = AM \cdot AE$

7) Kẻ $CI \perp AE$ ($I \in AE$). Chứng minh rằng OI là tia phân giác của $\angle COE$

$\angle CAE = \frac{1}{2} \angle COE$ (cùng chắn cung EC)

$\angle COI = \frac{1}{2} \angle COE \Rightarrow OI$ là tia phân giác của $\angle COE$

8) Chứng minh rằng $\frac{IM}{IE} = \frac{EB}{EA}$

$$\Delta MOE \text{ có } OI \text{ là tia phân giác nên } \frac{IM}{IE} = \frac{MO}{OE} \Rightarrow \frac{IM}{IE} = \frac{OM}{OA} \quad (3)$$

$$\Delta AOM \sim \Delta AEB (g.g) \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{EB}{EA} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3), (4) suy ra } \frac{IM}{IE} = \frac{EB}{EA}$$

Câu IV. (1,0 điểm) Cho các số thực x, y tùy ý thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \sqrt{10x^2 + 4xy + 2y^2} + \sqrt{2x^2 + 4xy + 10y^2}$

Ta có :

$$\sqrt{10x^2 + 4xy + 2y^2} = \sqrt{(3x + y)^2 + (x - y)^2} \geq \sqrt{(3x + y)^2} = |3x + y| \geq 3x + y \quad (1)$$

$$\sqrt{2x^2 + 4xy + 10y^2} = \sqrt{(x + 3y)^2 + (x - y)^2} \geq \sqrt{(x + 3y)^2} = |x + 3y| \geq x + 3y \quad (2)$$

Cộng theo từng vế các bất đẳng thức (1) và (2) ta được :

$$\Rightarrow M \geq (3x + y) + (x + 3y) = 4(x + y) = 4 \cdot 2 = 8. \text{ Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow x = y = 1$$

$$\text{Vậy } \min M = 8 \Leftrightarrow x = y = 1$$