

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút

Ngày thi: 18/03/2024

Bài 1. a) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^{2021} + b^{2021} = a^{2022} + b^{2022} = a^{2023} + b^{2023}$.

Tính giá trị của biểu thức $S = a^{2024} + b^{2024}$.

b) Cho phương trình $x^2 - (2m + 5)x + 3m + 4 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các số nguyên m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Bài 2. a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2\sqrt{y} + x\sqrt{y} - 2 = x^2 + x - 2\sqrt{y} \\ \sqrt{3xy - y^2} - 1 = 2x - y - 1 \end{cases}$$

b) Cho các số thực dương a, b, c .

Chứng minh rằng
$$\frac{a(b-c)}{c(c+a)} + \frac{b(c-a)}{a(a+b)} + \frac{c(a-b)}{b(b+c)} \geq 0$$

Bài 3. Giải phương trình nghiệm nguyên $3x^2 - y^2 - 2xy - 2x - 2y + 8 = 0$.

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) , tia phân giác AD của $\widehat{ABC}$ (D thuộc BC) cắt đường tròn (O) tại E khác A . Đường tròn đường kính DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA . Kẻ các đường cao AK, CL của tam giác ABC , hai đường thẳng KL và MN cắt nhau tại T .

a) Chứng minh rằng bốn điểm K, T, C, N cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{TAB} = \widehat{MAC}$.

b) Chứng minh rằng ba điểm A, T, F thẳng hàng.

Bài 5. Người ta viết lên bảng dãy số $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2024}$. Mỗi lần xóa đi hai số bất kì x, y trên bảng và viết thêm số $x + y + xy$. Sau một số lần thực hiện như vậy thì trên bảng còn lại một số. Tìm số còn lại đó.