

Bài 1 (5,0 điểm).

Cho dãy số (x_n) xác định bởi

$$\begin{cases} x_1 = a, -1 < a \neq 3 \\ x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 15}{2(x_n + 1)}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy số (x_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Bài 2 (5,0 điểm).

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f(2x + f(y) + xf(y)) = x + y + xy, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Bài 3 (5,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và đường trung tuyến AM của tam giác ABC cắt (O) tại D (D khác A). Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BD, DC, CA . Gọi S, T lần lượt là chân đường phân giác trong góc M của các tam giác EMG và FMH . Các đường thẳng AB và DC cắt nhau tại X , AC và BD cắt nhau tại Y .

a) Chứng minh rằng $MS \perp MT$.

b) Các đường thẳng MS và FH cắt nhau tại U , MT và EG cắt nhau tại V . Chứng minh rằng $UV \parallel XY$.

Bài 4 (5,0 điểm).

a) Cho số nguyên dương d , tìm số cặp (x, y) nguyên dương sao cho $\frac{xy}{x-y} = d$.

b) Với mỗi số nguyên dương $n > 1$, gọi $f(n)$ là số cặp (x, y) nguyên dương sao cho $\frac{xy}{x-y}$ là ước nguyên dương của n . Tìm tất cả các giá trị của n để $f(n) = 231$.

—————HẾT—————

Họ và tên thí sinh : Số báo danh

Họ và tên, chữ kí của giám thị 1:

Họ và tên, chữ kí của giám thị 2: