

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} - 1$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{2x+15} - \sqrt{2x-1} = 2$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 4 - \sqrt{y+1} = \frac{1}{x}(\sqrt{y+1} - 3) \\ 2x\sqrt{2x-1} + y - 7 = 8x^2 + 2x \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm tất cả cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn

$$x^2 + 2022x + 2023y^2 + y = 2023xy^2 + xy + 2024$$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m^2$

(m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A(x₁; y₁) và B(x₂; y₂) thỏa mãn $y_1 + y_2 + x_1^2 + x_2^2 = 30$.

Bài 4. Một nhà trẻ muốn thiết kế hai cầu trượt trong

sân chơi. Đối với trẻ dưới 4 tuổi, cầu trượt cao

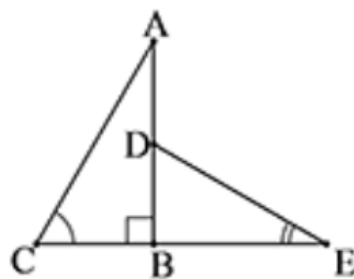
BD = 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc

$\widehat{BED} = 30^\circ$. Đối với trẻ trên 4 tuổi cầu trượt

cao AB = 3 m và nghiêng với mặt đất một góc

$\widehat{ACB} = 60^\circ$ (như hình vẽ). Tính khoảng cách giữa

hai chân (độ dài CE) của hai máng trượt.



Bài 5. Cho đường tròn (O), từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). Qua M kẻ cát tuyến MCD với đường tròn (O) (MC < MD, tia MC nằm giữa tia MA và MO). Gọi H là trung điểm của CD.

a) Chứng minh rằng các điểm M, A, H, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Qua C kẻ đường thẳng song song với MA cắt AB tại E. Chứng minh rằng EH // AD.

c) Gọi I là giao điểm của DE và MA. Chứng minh rằng I là trung điểm của MA.

Bài 6. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}}$.