

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 06/3/2024

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Cho $A = \sqrt{6-4\sqrt{2}} - \sqrt{11-6\sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^3 - x^2 + x - 1$.

2. Cho đa thức $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ với a, b là các số thực. Biết rằng $f(x)$ có một nghiệm là 2 và khi chia $f(x)$ cho $x-3$ thì dư 2. Tìm các giá trị của a, b .

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $(3x+1)\sqrt{x^2+3} = 3x^2 + 2x + 3$.

2. Cho đường thẳng $(d): y = (m^2 - 5m + 8)x - m + 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A và B sao cho $OB = 4OA$.

Câu 3. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H . Các đường thẳng BE, CF lần lượt cắt đường tròn (O) tại giao điểm thứ hai là P, Q (P khác B , Q khác C). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt đường thẳng EF lần lượt tại M, N .

a) Chứng minh rằng $AEHF$ là một tứ giác nội tiếp và $AH = AP = AQ$.

b) Chứng minh rằng tam giác NEC cân tại N .

c) Giả sử NP cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh rằng $NE^2 = NK \cdot NP$ và ba điểm M, Q, K thẳng hàng.

Câu 4. (3,0 điểm)

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$.

2. Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố (p, q, r) thỏa mãn $pq = r + 1$ và $2(p^2 + q^2) = r^2 + 1$.

Câu 5. (3,0 điểm)

1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - xy + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{y^2 - yz + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 - zx + x^2}} \leq 3.$$

2. Trên một khu rừng đủ rộng người ta trồng nhiều cây quế con, xem các gốc cây quế là các điểm (đường kính gốc cây không đáng kể). Người ta trồng cây sao cho các tam giác có đỉnh là các điểm tạo bởi gốc cây quế đều có diện tích không quá $500m^2$. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có diện tích không quá $2024m^2$ chứa tất cả các cây quế này.

Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.