

Câu I. (6,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = g(x) = x^2 + (m+1)x + 1$ (m là tham số thực). Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + (1-m)x - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $g^2(x_1) + g^2(x_2) + g^2(x_3) = 15$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 9 - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + 2x) + (m^2 - 1)\left(\ln x - \frac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

Câu II. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $9^x + (x^2 - 2x - 1) \cdot 3^x - 2x^3 - x^2 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

2. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a+8b-4) = 1$ và các số thực dương c, d thỏa mãn $(c+d)\log_3(2c+d) + 2c^2 + 3cd + d^2 - 4c - 4d = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (a-2c)^2 + (b-d)^2$.

Câu III. (5,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 2a, BC = a, SA = 3a \quad (a > 0)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a biết $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 60^\circ$.

2. Cho điểm A nằm trên mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 9$ cm. Gọi I, K là hai điểm trên đoạn OA sao cho $OI = IK = KA$. Các mặt phẳng lần lượt đi qua I, K cùng vuông góc với OA và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn $(C_1), (C_2)$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón đỉnh O , đáy là đường tròn $(C_1), (C_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

3. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = AC = a \quad (a > 0)$, biết $B'A = B'B = B'C$; góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABB'A')$ bằng φ với $\tan \varphi = \frac{5}{2\sqrt{2}}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C'$ và $B'C$.

Câu IV. (1,0 điểm)

Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{x dx}{2x^2 - 3x + 1}$.

Câu V. (2,0 điểm)

Cho dãy số (a_n) xác định như sau: $\begin{cases} a_1 = 2 \\ 2021a_{n+1} = a_n^2 + 2023a_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$.

Tính: $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_1 + 1}{a_2 + 1} + \frac{a_2 + 1}{a_3 + 1} + \frac{a_3 + 1}{a_4 + 1} + \dots + \frac{a_n + 1}{a_{n+1} + 1} \right)$.

Câu VI. (2,0 điểm)

Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của cán bộ coi thi:



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI - HƯNG YÊN

NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn: Toán 12

HỌC HỎI - CHỈ SẴN KIẾN THỨC

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>**Câu 1. (6,0 điểm)**

1. Cho hàm số $y = g(x) = x^2 + (m+1)x + 1$ (m là tham số thực). Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + (1-m)x - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $g^2(x_1) + g^2(x_2) + g^2(x_3) = 15$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 9 - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + 2x) + (m^2 - 1)\left(\ln x - \frac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $9^x + (x^2 - 2x - 1) \cdot 3^x - 2x^3 - x^2 = 0$.

2. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a+8b-4) = 1$ và các số thực dương c, d thỏa mãn $(c+d)\log_3(2c+d) + 2c^2 + 3cd + d^2 - 4c - 4d = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (a-2c)^2 + (b-d)^2$.

Câu 3. (5,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 2a, BC = a, SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a biết $\widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 60^\circ$.

2. Cho điểm A nằm trên mặt cầu (S) tâm O bán kính $R = 9(\text{cm})$. Gọi I, K là hai điểm trên đoạn OA sao cho $OI = IK = KA$. Các mặt phẳng lần lượt đi qua I, K cùng vuông góc với OA và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn $(C_1), (C_2)$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón đỉnh O , đáy là đường tròn $(C_1), (C_2)$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$ ($a > 0$), biết $B'A = B'B = B'C$; góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABB'A')$ bằng φ với $\tan \varphi = \frac{5}{2\sqrt{2}}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C'$ và $B'C$.

Câu 4. (4,0 điểm)

Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{x dx}{2x^2 - 3x + 1}$.

Câu 5. (4,0 điểm)

Cho dãy số (a_n) xác định như sau $\begin{cases} a_1 = 2 \\ 2021a_{n+1} = a_n^2 + 2023a_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$.

Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_1 + 1}{a_2 + 1} + \frac{a_2 + 1}{a_3 + 1} + \dots + \frac{a_n + 1}{a_{n+1} + 1} \right)$.

Câu 6. (2,0 điểm)

Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

-----HẾT-----