

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SÓC TRĂNG
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THPT
Năm học: 2024 – 2025**

Môn: TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Bài I: Cho biểu thức $A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

Tìm các số nguyên x để A đạt giá trị nguyên

Bài 2: Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = 2(m+1)x + m^2 + 3$ có đồ thị là đường thẳng d (trong đó m là tham số)

- Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $T = x_1x_2 + y_1 + y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3: Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x + \frac{1}{y}} + \sqrt{x + y - 1} = 5 \\ x - y + \frac{1}{y} = 4 \end{cases}$$

Bài 4: Vào lúc 5 giờ sáng, tại khu du lịch sinh thái Hồ Bể thuộc xã Vĩnh Hải, thị xã Vĩnh Châu, một chiếc tàu cá xuất phát đi thẳng về hướng Đông với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ sáng cùng ngày, cũng tại đó một chiếc tàu du lịch xuất phát và đi thẳng về hướng Nam với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá là 10km/h. Đến 9 giờ khoảng cách giữa 2 tàu là 100km. Tính vận tốc mỗi tàu.

Bài 5:

a) Tìm tất cả các số tự nhiên x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + 3x + 5$ là một số chính phương.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$a^5 + b^5 + c^5 + \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \geq 9$$

Bài 6: Yêu cầu vẽ hình khi chứng minh

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có $BC = 10\text{cm}$. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D. Hai đường thẳng BD và CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHD nội tiếp

b) Đường thẳng AH cắt cung nhỏ ED tại K. Giả sử $\angle EKD = 135^\circ$, tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ ED và dây cung ED (cho $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

c) Đường thẳng AH cắt đường thẳng BC tại F. Gọi P là trung điểm CD. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABP cắt đường thẳng BC tại điểm thứ hai là Q. Chứng minh rằng AF vuông góc BC và Q là trung điểm CF.

Bài 7: Trên bàn có 2024 viên kẹo, hai bạn A và B tiến hành trò chơi lấy viên kẹo. Hai bạn A và B thay phiên nhau lấy kẹo, đến lượt chơi mỗi bạn sẽ lấy 1, 2, 3 hoặc 4 viên kẹo. Bạn nào không còn kẹo để lấy sẽ thua cuộc. Nếu A đi trước thì bạn nào sẽ là người đó chiến thuật để luôn thắng trong trò chơi và chiến thuật đó như thế nào?

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1}$$

$$A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$A = \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$A = \frac{x - 1}{x + 1}$$

$$A = 1 - \frac{2}{x + 1}$$

$$A \text{ đạt giá trị nguyên} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = -2 \\ x + 1 = -1 \\ x + 1 = 2 \\ x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3(l) \\ x = -2(l) \\ x = 1(l) \\ x = 0 \end{cases}$$

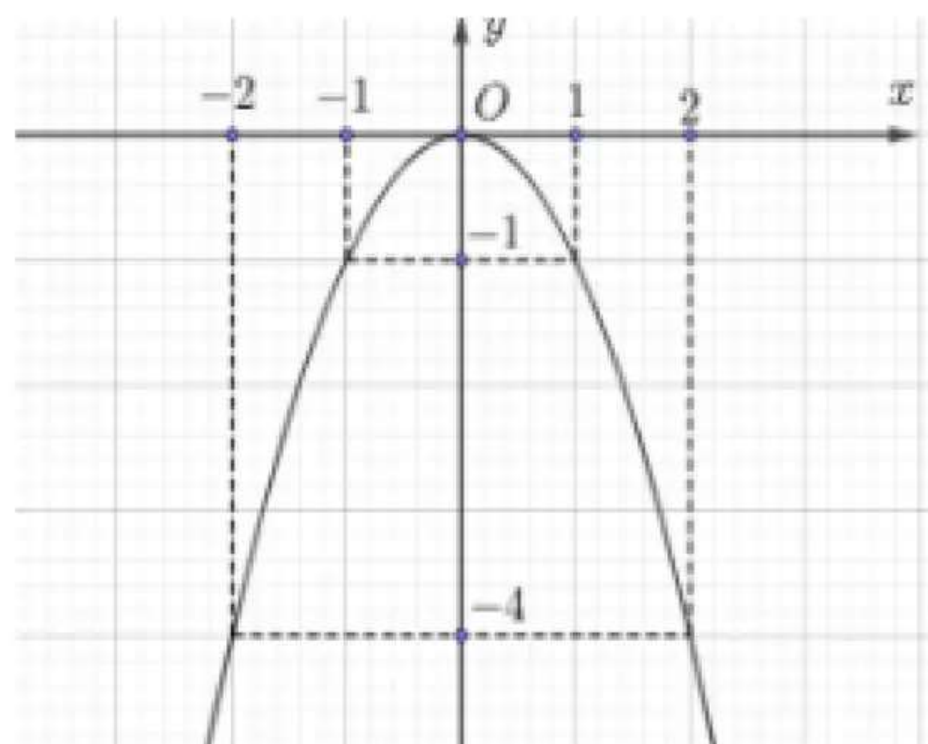
Vậy $x = 0$ thì A đạt giá trị nguyên.

Bài 2:

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^2 = 2(m+1)x + m^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0 \quad (1)$$

d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 1(*)$$

Theo định lí Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 + 3 \end{cases}$

Khi đó, $T = x_1 x_2 + y_1 + y_2$

$$T = x_1 x_2 - x_1^2 - x_2^2 = -(x_1 + x_2)^2 + 3x_1 x_2 = -m^2 - 8m + 5$$

$$T = -(m+4)^2 + 21 \leq 21$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = -4$ (không thoả mãn (*)).

Bài 3:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x + \frac{1}{y} \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{2x + \frac{1}{y}} \\ b = \sqrt{x + y - 1} \end{cases} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} a + b = 5 \\ a^2 - b^2 = 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 - a \\ a^2 - (5 - a)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 - a \\ a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Với $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = 9 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - y - 1 = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y = 1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(4; 1); \left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Bài 4:

Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu cá, $x > 0$.

Khi đó $x + 10$ (km/h) là vận tốc của tàu du lịch.

Quãng đường tàu cá đi là $4x$ (km)

Quãng đường tàu du lịch đi là $2(x + 10) = 2x + 20$ (km)

Ta có phương trình $(4x)^2 + (2x + 20)^2 = 10000$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 = 0$$

Giải phương trình trên ta được nghiệm $x_1 = 20(n), x_2 = -24(l)$

Vậy vận tốc của tàu cá là 20 km/h, vận tốc của tàu du lịch là 30 km/h.

Bài 5:

a) Giả sử $x^2 + 3x + 5$ là một số chính phương.

Khi đó tồn tại số $a \in \mathbb{N}$ sao cho $x^2 + 3x + 5 = a^2$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 20 = 4a^2$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)^2 - 4a^2 = -11$$

$$\Leftrightarrow (2x + 2a + 3)(2x - 2a + 3) = -11$$

Vì $x, a \in \mathbb{N}$ nên $2x + 2a + 3 \geq 3$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} 2x + 2a + 3 = 11 \\ 2x - 2a + 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + a = 4 \\ x - a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

Vậy $x = 1$ thì $x^2 + 3x + 5$ là số chính phương.

b) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$a^5 + \frac{2}{a} = a^5 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \geq 3\sqrt[3]{a^5 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a}} = 3a$$

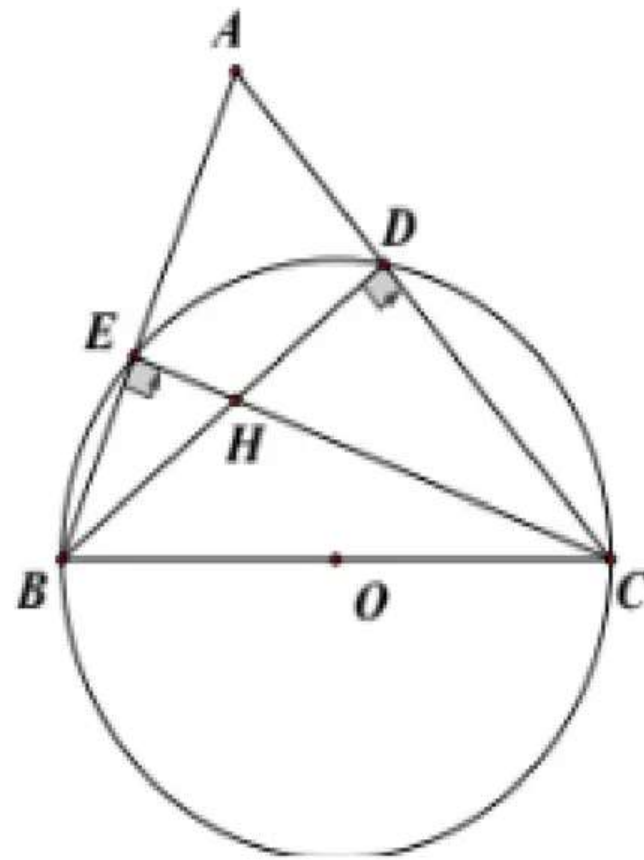
$$b^5 + \frac{2}{b} = b^5 + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} \geq 3\sqrt[3]{b^5 \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b}} = 3b$$

$$c^5 + \frac{2}{c} = c^5 + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{c^5 \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{c}} = 3c$$

$$\text{Khi đó: } a^5 + b^5 + c^5 + \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \geq 3(a + b + c) = 9$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Bài 6:



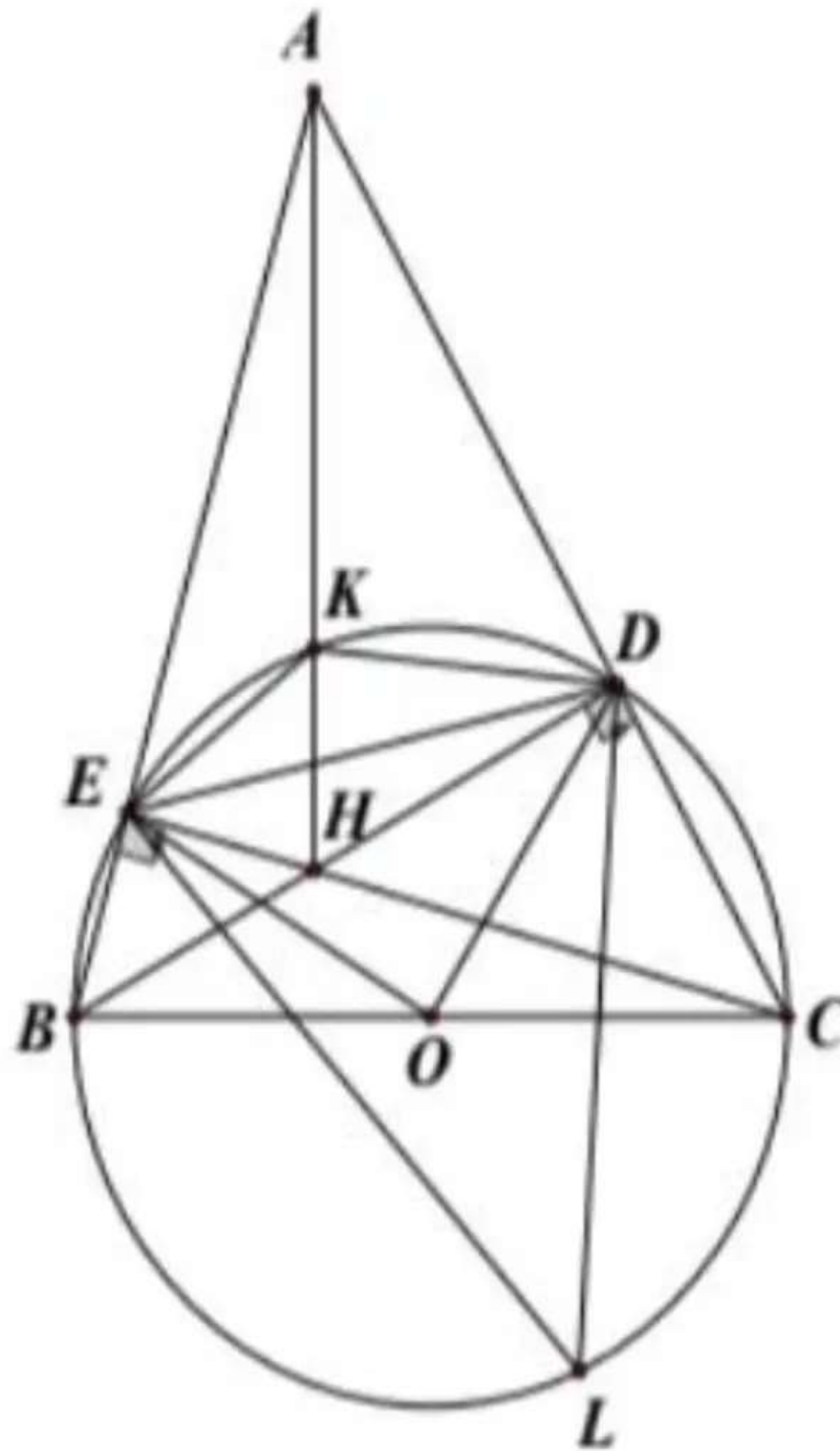
a) Ta có: $BDC = 90^\circ \Rightarrow ADH = 90^\circ$

$$BEC = 90^\circ \Rightarrow AEH = 90^\circ$$

Khi đó: $ADH + AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy tứ giác AEHD nội tiếp

b)



Gọi L là một điểm tùy ý trên cung lớn BC.

$$\text{Ta có: } \angle ELD = 180^\circ - \angle EKD = 45^\circ$$

$$\text{Khi đó: } \angle EOD = 2\angle ELD = 90^\circ$$

$$\text{Diện tích tam giác OED là: } S_{\triangle OED} = \frac{25}{2} (cm^2)$$

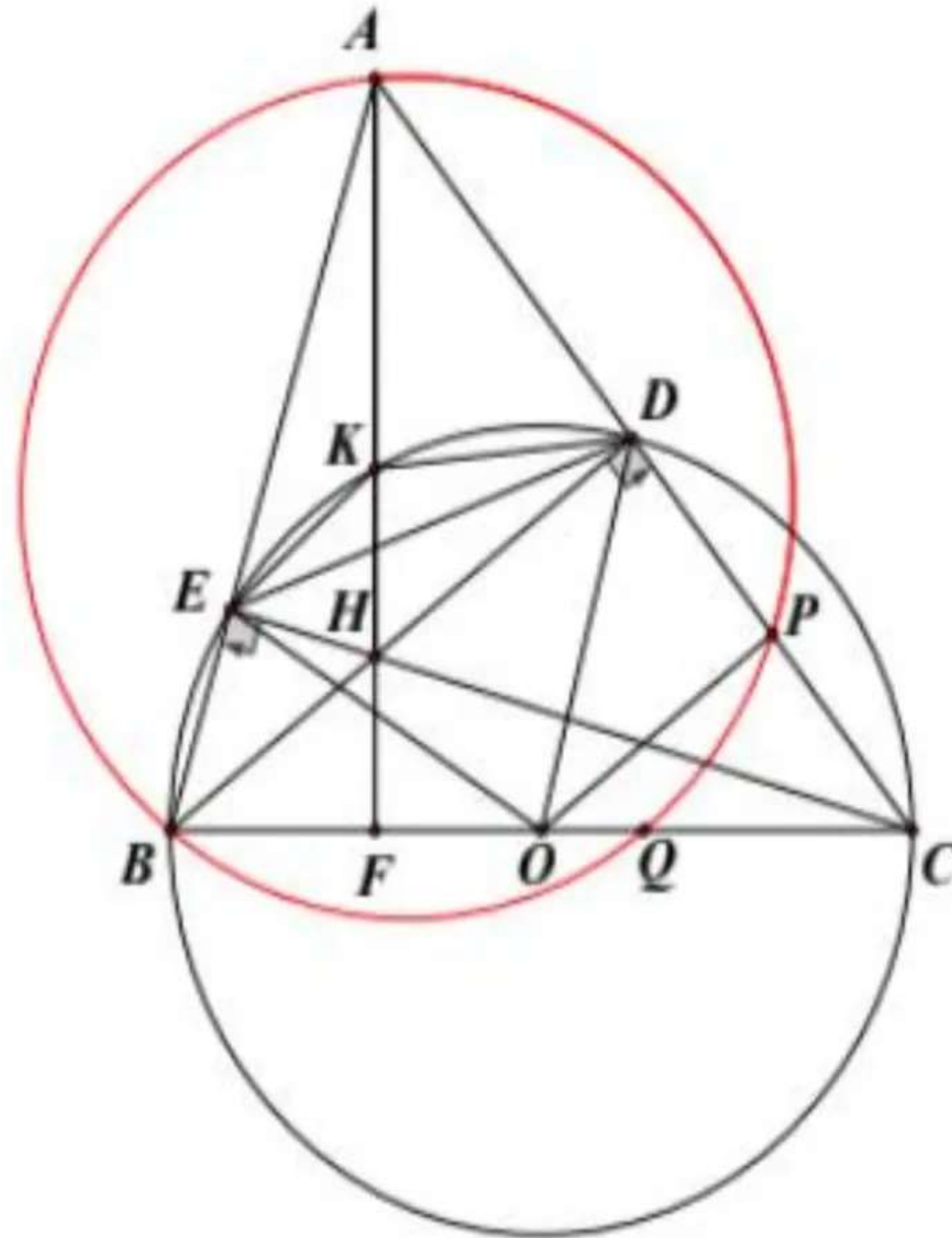
Diện tích hình quạt giới hạn bởi OD, OE và cung nhỏ ED là

$$S_{quat} = \frac{25\pi}{4} (cm^2)$$

Diện tích hình viên phân cần tính là

$$S = S_{EOD} - S_{quat} = \frac{25\pi}{4} - \frac{25}{2} \approx 7,13 (cm^2)$$

Bài 6:



Ta có: $BD \perp AC, CE \perp AB$ và H là giao điểm của BD với EC.

Khi đó H là trực tâm của tam giác ABC

Nên $AF \perp BC$

Ta có: OP là đường trung bình của tam giác BCD,

Nên $BD \parallel OP$.

Mà $BD \perp AC \Rightarrow OP \perp AC$

Xét tam giác AFC và tam giác OPC có

C chung

$$\angle AFC = \angle OPC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AFC \sim \triangle OPC$$

$$\Rightarrow \frac{CA}{CF} = \frac{CO}{CP} \Rightarrow CA \cdot CP = CO \cdot CF \quad (1)$$

Xét tam giác BCP và ACQ có

C chung

$$\angle CBP = \angle CAQ \text{ (cùng chắn cung } \overset{\frown}{QP})$$

$$\Rightarrow \triangle BCP \sim \triangle ACQ$$

$$\Rightarrow \frac{CB}{CP} = \frac{CA}{CQ} \Rightarrow CA \cdot CP = CQ \cdot CB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $CO.CF = CB.CQ \Leftrightarrow CO.CF = 2CO.CQ \Leftrightarrow CF = 2CQ$

Do đó Q là trung điểm của CF.

Bài 7:

Ta thấy khi trên bàn còn 1, 2, 3 hoặc 4 viên kẹo thì người chơi đến lượt mình chơi sẽ chắc chắn thắng và chắc chắn thua nếu trên bàn còn 5 viên kẹo.

Tiếp tục quan sát, ta được khi trên bàn còn 6, 7, 8 hoặc 9 viên kẹo thì người chơi đến lượt mình chơi sẽ chắc chắn thắng và chắc chắn thua nếu trên bàn còn 10 viên kẹo.

Từ đó ta được người đến lượt mình chơi chắc chắn thua nếu trên bàn còn 5, 10, 15, ..., 2020 viên kẹo.

Do đó nếu ở lượt chơi đầu bạn A lấy 4 viên kẹo, trên bàn sẽ còn 2020 viên kẹo do đó bạn B sẽ chắc chắn thua.

Vậy bạn A luôn có chiến thuật để luôn thắng.