

Câu 1.(3,50 điểm) Cho các biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}};$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{8}};$$

$$C = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{8}.$$

a) Tính giá trị của biểu thức A .

b) So sánh giá trị các biểu thức A , B và C .

Câu 2.(3,50 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x(x^2 + 4y^2) = 5y \\ y(4y^2 - x^2) = 3x. \end{cases}$$

Câu 3.(4,00 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, I là trung điểm của cạnh AB . Dựng đường tròn tâm I , đường kính AB . Tiếp tuyến DE với đường tròn (I) cắt cạnh BC tại F (E là tiếp điểm).

a) Biết $EF = 6,25$ cm, tính cạnh của hình vuông.

b) Trên nửa đường tròn đường kính AB (phần không cùng phía với hình vuông $ABCD$) lấy các điểm M , N sao cho $BM = MN = 15$ cm (M nằm giữa B và N). Tính chu vi tứ giác $BMNA$.

Câu 4.(3,00 điểm)

a) Đặt $x = \frac{a-b}{a+b}$; $y = \frac{b-c}{b+c}$; $z = \frac{c-a}{c+a}$, với a, b, c là các số tự nhiên dương.

Chứng minh rằng: $(1-x)(1-y)(1-z) = (1+x)(1+y)(1+z)$.

b) Biết $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 12$; tính giá trị biểu thức $S = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$.

Câu 5.(3,00 điểm)

Cho x, y là hai số thực dương thỏa: $\frac{1}{y^2} = \frac{5}{4} - \frac{4}{x^2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x + y + 2024$.

Câu 6.(3,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A . D là điểm di động trên cạnh AC . Đường thẳng qua A và vuông góc với BD cắt đường thẳng qua C và vuông góc với AC tại E . Chứng minh rằng đường tròn đường kính DE đi qua điểm cố định thứ hai (khác điểm C).

-----Hết-----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....;Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1:.....;Chữ kí giám thị 2:.....