

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12
NĂM HỌC 2022 – 2023
MÔN TOÁN**

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 13/12/2022

Câu 1: (1.5 điểm)

Giải phương trình $4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2\cos^2 \left(x - \frac{3\pi}{4} \right)$.

Câu 2: (1.5 điểm)

Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x} \right)^n$ với $x > 0$ biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1024$.

Câu 3: (1.5 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} \\ (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} \end{cases}$$

Câu 4: (3.5 điểm)

Giải các phương trình sau:

- a) $2 \cdot 27^x - 9^{x^2+3x} = (\sqrt{3})^{2x^2+9x}$;
b) $x^3 - \sqrt[3]{x+2\ln x} - \frac{2}{3} \ln(x+2\ln x) = 0$.

Câu 5: (4.0 điểm)

- a) Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2023; 2023)$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
b) Cho hàm số $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (3m+1)x + 2m - 2$ có đồ thị là (C_m) . Tìm tất cả các giá trị tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $A(2;0)$, B và C sao cho trong hai điểm B , C có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$.

Câu 6: (1.5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , biết AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) và $AB = SD = a$, $AD = SB = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

Câu 7: (2.0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết $AB = a$ và MN tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 8: (1.5 điểm)

Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(\cot x) = \sin 2x + \cos 2x$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x)f(1-x)$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Câu 9: (1.5 điểm)

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C', BC$ và hai điểm F, E lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với AB', AC' . Tính thể tích của khối đa diện $MFENC'B'$.

Câu 10: (1.5 điểm)

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $xy \leq y - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức
$$P = \frac{x+y}{\sqrt{x^2 - xy + 3y^2}} - \frac{x-2y}{6(x+y)}.$$

----- HẾT -----