

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, (với m là tham số) và điểm $I(2; -2)$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác IAB nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Tích các phần tử của tập S là

- A. $\frac{14}{17}$. B. $\frac{4}{17}$. C. $\frac{20}{17}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. B. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. C. $2y' + xy'' = -\frac{4}{x^2}$. D. $2y' + xy'' = \frac{2}{x^2}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x) + 1}$ và $f(0) = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$. Biết rằng giá trị của biểu thức $P = 2M - m$ có dạng $a\sqrt{11} - b\sqrt{3} + c$, ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $a + b + c$ là

- A. 7. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 4: Tìm tất cả tham số m để hàm số $y = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

- A. $-1 < m < 1$. B. $m \leq -\frac{5}{2}$. C. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. D. $-\frac{1}{4} \leq m < 2$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4; 0; 0)$, $B\left(\frac{1}{4}; 0; 0\right)$, $C(1; 4; 0)$, $D(4; 4; 0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1) , N là điểm thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 4BC$ là

- A. $\frac{5\sqrt{265}}{2}$. B. $3\sqrt{265}$. C. $\frac{7\sqrt{265}}{2}$. D. $2\sqrt{265}$.

Câu 6: Hàm số $y = -x^4 - 2(1+m)x^2 + 1$ (với m là tham số) đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi

- A. $m < -1$. B. $m > 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 7: Cho tập hợp A gồm 6 phần tử, lấy ngẫu nhiên một tập con của A . Xác suất để chọn được tập con có đúng 3 phần tử của tập A là

- A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 8: Tính $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$.

- A. $I = \frac{13}{12}$. B. $I = \frac{1}{12}$. C. $I = \frac{11}{12}$. D. $I = \frac{25}{12}$.

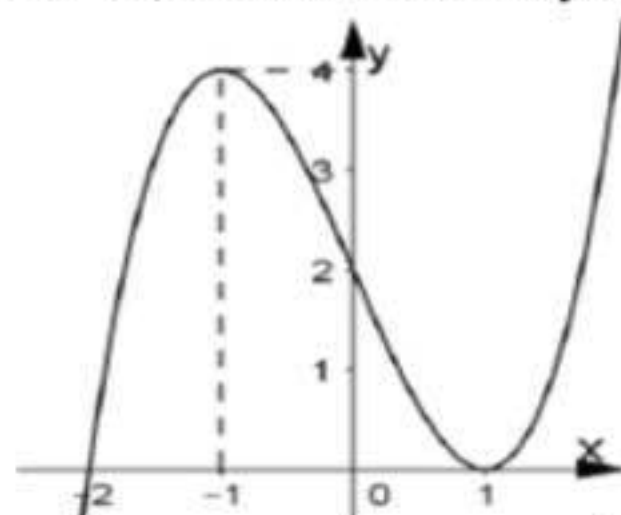
Câu 9: Cho $\int_{-2}^2 f(\sqrt{x^2+5}-x)dx=1, \int_1^5 \frac{f(x)}{x^2}dx=3$. Giá trị của $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. -13. B. 12. C. 16. D. -17.

Câu 10: Bất phương trình $\log_3(3x-1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị ở hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $0 < m < 4$. B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 12: Một hộp đựng 50 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên từ hộp hai thẻ. Tính xác suất để hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ lấy được là số chia hết cho 3.

- A. $\frac{409}{1225}$. B. $\frac{681}{1225}$. C. $\frac{8}{25}$. D. $\frac{801}{1225}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{2-x}{x}$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(0; 2]$. C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.

Câu 14: Cho $a; b$ là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a+2b+5}{a+b} \right) = a+3b-4$. Tìm $T_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

- A. $T_{\min} = \frac{9}{2}$ B. $T_{\min} = \frac{1}{2}$ C. $T_{\min} = \frac{5}{2}$ D. $T_{\min} = \frac{3}{2}$.

Câu 15: Cho $\int f\left(\frac{x}{2}\right)dx = x^3 + 2x + C, (C \in \mathbb{R})$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(\cos x)$ là

- A. $\int f(\cos x)dx = 3\cos 2x - 8x + C$. B. $\int f(\cos x)dx = 8\sin x + 3x + C$.
C. $\int f(\cos x)dx = 3\sin 2x - 8x + C$. D. $\int f(\cos x)dx = 3\sin 2x + 8x + C$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

- A. $m \leq -2$ hoặc $m = 1$. B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
C. $m < -2$. D. $m < -2$ hoặc $m = 1$.

Câu 17: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a-2b)^2 = 8ab$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\log_2(a+2b) + 2 = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. B. $\log_2(a+2b) - 2 = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.
C. $\log_2(a+2b) - 1 = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. D. $\log_2(a+2b) + 1 = \frac{1}{2}\log_2 a + \frac{1}{2}\log_2 b$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M lần lượt là các điểm thuộc các đoạn thẳng SB, SD sao cho $\frac{SK}{SB} = \frac{2}{3}; \frac{SM}{SD} = \frac{3}{5}$. Mặt phẳng (AKM) chia khối chóp

$S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{46}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{47}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{23}$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón đã cho và tạo với đáy của nó một góc 60° . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) và hình nón đó bằng

- A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $2a^2$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 20: Trong tọa độ không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 4)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua M và cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tứ giác $ABCM$ là hình bình hành. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $abc = -6$. B. $abc = \frac{9}{4}$. C. $abc = -\frac{9}{8}$. D. $abc = 6$.

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 6\text{ cm}$, $BC = BB' = 2\text{ cm}$. Gọi E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng EC' , hai đỉnh P và Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại điểm F . Độ dài đoạn thẳng $A'F$ bằng

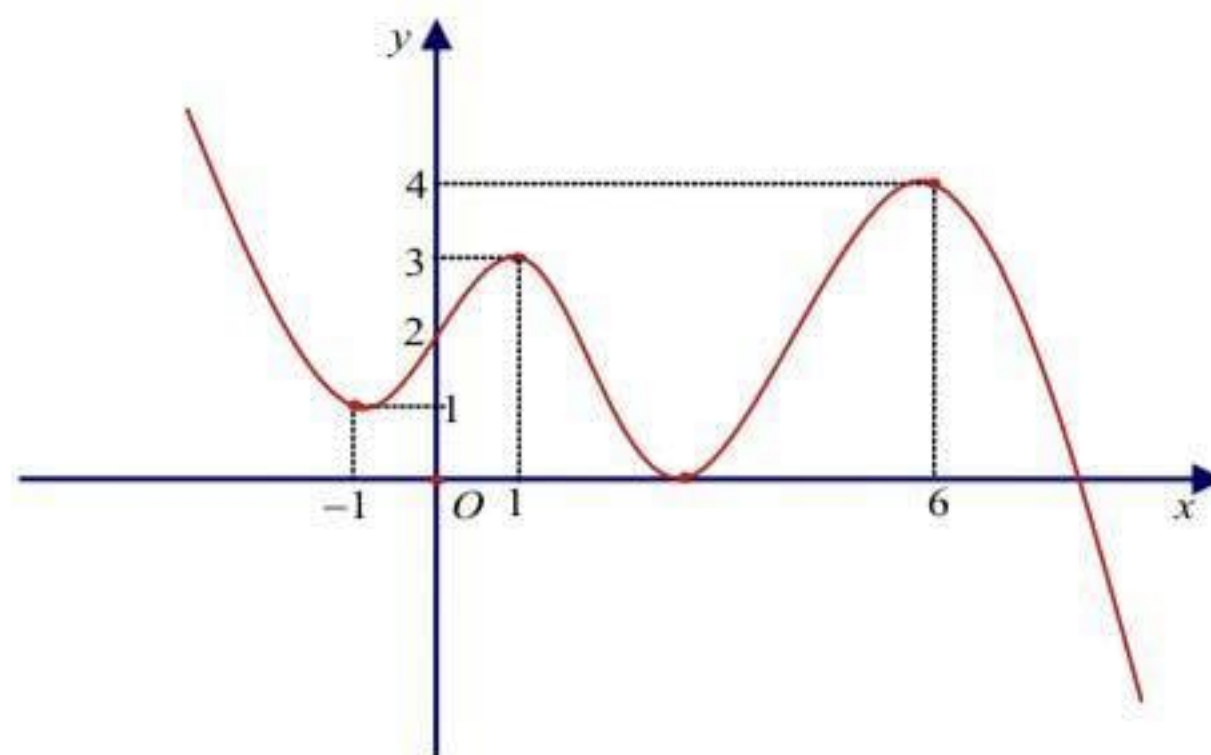
- A. $3\sqrt{5}\text{ cm}$. B. 2 cm . C. 1 cm . D. $2\sqrt{5}\text{ cm}$.

Câu 22: Có bao nhiêu cách xếp 3 nam và 6 nữ thành một hàng dọc sao cho 3 nam luôn đứng đầu?

- A. 3450. B. 4320. C. 6720. D. 432.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị của

tham số m để phương trình $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?



- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại B . Góc giữa cạnh SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° ; $AC = 3a, BC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 25: Biết $\int_1^2 \frac{1}{x(\ln x + 1)} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 + b^2 + ab = 7$. B. $a^2 + b^2 + ab = 8$. C. $a^2 + b^2 + ab = 10$. D. $a^2 + b^2 + ab = 6$.

Câu 26: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2mx + 3m - 2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn $-2021 \leq m \leq 2021$ để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 2019. B. 4040. C. 2018. D. 4041.

Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = ax^4 + 3x^2 + bx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 4]$ tại $x = 1$?

A. 6. B. C. 5. D. 11.

Câu 28: Cộng vào số hạng thứ nhất, thứ hai, thứ ba và thứ tư của một cấp số cộng tăng lần lượt các số 1; 2; 7 và 25 ta được bốn số lập thành cấp số nhân. Tìm công sai d của cấp số cộng đó.

A. $d = \frac{11}{15}$. B. $d = \frac{5}{3}$. C. $d = \frac{7}{9}$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 29: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|\vec{2u} + \vec{v}| = \sqrt{19}$. B. $|\vec{2u} + \vec{v}| = \sqrt{39}$. C. $|\vec{2u} + \vec{v}| = 7$. D. $|\vec{2u} + \vec{v}| = 4$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, góc giữa hai mặt phẳng ABC' và ABC bằng α với $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = x^3 + 2x^2 - m^2 + 2m, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(\sin x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3}{3x-1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ và

$f(0) = 1, f\left(\frac{2}{3}\right) = 2$. Giá trị của biểu thức $T = f(-1) + f(3)$ bằng

A. $-2 + 5 \ln 2$. B. $4 + 5 \ln 2$. C. $3 + 5 \ln 2$. D. $2 + 5 \ln 2$.

Câu 34: Cho hình trụ có tâm hai đáy là O, O' và có chiều cao $2a$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy tâm O và O' sao cho $AB = 3a$; Thể tích tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{5}}{3}$. Thể tích khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{2}$. B. πa^3 . C. $\frac{20\pi a^3}{3}$. D. $\frac{9\pi a^3}{2}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD, BAC > 90^\circ$; tam giác BCD vuông tại $D, BC = 2a$ và $CBD = 30^\circ$. Biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{5a}{4}$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$.

B. $V = a^3 \sqrt{3}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 36: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $625^{\frac{x-1}{x}} \cdot 3^x = 10125$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S \in (5; 6)$.

B. $S \in (0; 1)$.

C. $S \in (2; 3)$.

D. $S \in (3; 4)$.

Câu 37: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O , bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ khi diện tích xung quanh của hình nón lớn nhất là

A. $h = R$.

B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

C. $2R\sqrt{3}$.

D. $h = R\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho $\int_0^1 \frac{2x+1}{3-x} dx = -a + b \ln \frac{a}{c}$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{Z}; a, c > 0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ là

A. 2.

B. 12.

C. -2.

D. -6.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2 \left(\frac{x^2 - mx + m^2}{x + 2m} \right) = -x^2 + (m+4)x - m^2 + 8m + 2$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 14.

B. 13.

C. 19.

D. 8.

Câu 40: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, A'C = 3a$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $2a^3$.

B. $4a^3$.

C. $6a^3$.

D. $a^3 \sqrt{5}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm).

Câu 1. (2 điểm) Giải phương trình $2 \cdot 3^{x^2-4} + 3^{x+2} = 3^{x^2+x-2} + 2$.

Câu 2. (3 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = 3a$ và nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{2}, AD = a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SB , mặt phẳng (P) đi qua DM và cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến là đường thẳng vuông góc với DM . Gọi E là giao điểm của mặt phẳng (P) và SA .

a. Tính AE .

b. Mặt phẳng (P) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh S .

Câu 3. (1 điểm) Cho tam giác ABC nhọn. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \left(\cos A + \sqrt{\cos^2 A + 2} \right) \cdot \left(\cos B + \sqrt{\cos^2 B + 2} \right) \cdot \left(\cos C + \sqrt{\cos^2 C + 2} \right).$$

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và ký).....



I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ (với m là tham số) và điểm $I(2; -2)$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác IAB nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Tích các phần tử của tập S là

- A. $\frac{14}{7}$. B. $\frac{4}{17}$. C. $\frac{20}{17}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. B. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. C. $2y' + xy'' = -\frac{4}{x^2}$. D. $2y' + xy'' = \frac{2}{x^2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 2x\sqrt{f^2(x) + 1}$ và $f(0) = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$. Biết rằng giá trị của biểu thức $P = 2M - m$ có dạng $a\sqrt{11} - b\sqrt{3} + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $a + b + c$ là

- A. 7. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 4. Tìm tất cả tham số m để hàm số $y = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-1 < m < 1$. B. $m \leq -\frac{5}{2}$. C. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. D. $-\frac{1}{4} \leq m < 2$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt cầu $(S_2): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$; các điểm $A(4; 0; 0); B(\frac{1}{4}; 0; 0); C(1; 4; 0); D(4; 4; 0)$. Gọi M thay đổi trên (S_1) , N thay đổi trên (S_2) . Giá trị nhỏ nhất của $Q = MA + 2ND + 4MN + 4BC$ là

- A. $\frac{5\sqrt{265}}{2}$. B. $3\sqrt{265}$. C. $\frac{7\sqrt{265}}{2}$. D. $2\sqrt{265}$.

Câu 6. Hàm số $y = -x^4 - 2(1+m)x^2 + 1$ (m là tham số) đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi

- A. $m < -1$. B. $m > 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $m \geq 0$.

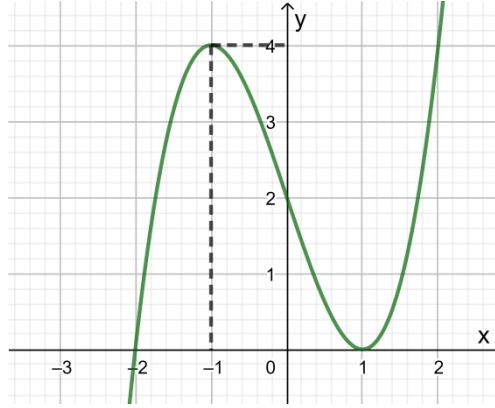
Câu 7. Cho tập hợp A gồm 6 phần tử, lấy ngẫu nhiên một tập con của A . Xác suất để chọn được tập con có đúng 3 phần tử của tập A là

- A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 8. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$.

- A. $I = \frac{13}{12}$. B. $I = \frac{1}{12}$. C. $I = \frac{11}{12}$. D. $I = \frac{25}{12}$.

- Câu 9.** Cho $\int_{-2}^2 f(\sqrt{x^2+5}-x)dx = 1$, $\int_1^5 \frac{f(x)}{x^2}dx = 3$. Giá trị của $\int_1^5 f(x)dx$ bằng
- A. -13. B. 12. C. 16. D. -17.
- Câu 10.** Bất phương trình $\log_3(3x-1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị ở hình dưới đây.



- Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.
- A. $0 < m < 4$. B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $-1 < m < 1$.
- Câu 12.** Một hộp đựng 50 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên từ một hộp hai thẻ. Tính xác suất để hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ lấy được là số chia hết cho 3.
- A. $\frac{409}{1225}$. B. $\frac{681}{1225}$. C. $\frac{8}{25}$. D. $\frac{801}{1225}$.
- Câu 13.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{2-x}{x}$ là
- A. $(0; 2)$. B. $(0; 2]$. C. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup [2; +\infty)$.
- Câu 14.** Cho $a; b$ là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \frac{4a+2b+5}{a+b} = a+3b-4$. Tìm $T_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.
- A. $T_{\min} = \frac{9}{2}$. B. $T_{\min} = \frac{1}{2}$. C. $T_{\min} = \frac{5}{2}$. D. $T_{\min} = \frac{3}{2}$.
- Câu 15.** Cho $\int f\left(\frac{x}{2}\right)dx = x^3 + 2x + C$, $(C \in \mathbb{R})$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(\cos x)$ là
- A. $\int f(\cos x)dx = 3\cos 2x - 8x + C$. B. $\int f(\cos x)dx = 8\sin x + 3x + C$.
C. $\int f(\cos x)dx = 3\sin 2x - 8x + C$. D. $\int f(\cos x)dx = 3\sin 2x + 8x + C$.
- Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \log_2 x - 2}{\log_2 x - m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$
- A. $m \leq 2$ hoặc $m = 1$. B. $m < -2$ hoặc $m > 1$. C. $m < -2$. D. $m < -2$ hoặc $m = 1$.
- Câu 17.** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a-2b)^2 = 8ab$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2(a+2b) + 2 = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. B. $\log_2(a+2b) - 2 = \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

C. $\log_2(a+2b)-1=\frac{1}{2}(\log_2 a+\log_2 b)$. D. $\log_2(a+2b)+1=\frac{1}{2}\log_2 a+\frac{1}{2}\log_2 b$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K, M lần lượt là các điểm thuộc các đoạn SB, SD sao cho $\frac{SK}{SB}=\frac{2}{3}; \frac{SM}{SD}=\frac{3}{5}$. Mặt phẳng (AKM) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm S và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{19}{46}$. B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{11}$. C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{17}{47}$. D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{23}$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy và chiều cao là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón đã cho và tạo với đáy của nó một góc 60° . Diện tích thiết diện của mặt phẳng (P) và hình nón bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $2a^2$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;4)$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+3=0$ đi qua M và cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tứ giác $ABCM$ là hình bình hành. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $abc=-6$. B. $abc=\frac{9}{4}$. C. $abc=-\frac{9}{8}$. D. $abc=6$.

Câu 21. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=6\text{ cm}, BC=BB'=2\text{ cm}$. Gọi E là trung điểm cạnh BC . Một tứ diện đều $MNPQ$ có hai đỉnh M và N nằm trên đường thẳng EC' , hai đỉnh P và Q nằm trên đường thẳng đi qua điểm B' và cắt đường thẳng AD tại F . Độ dài đoạn thẳng $A'F$ bằng

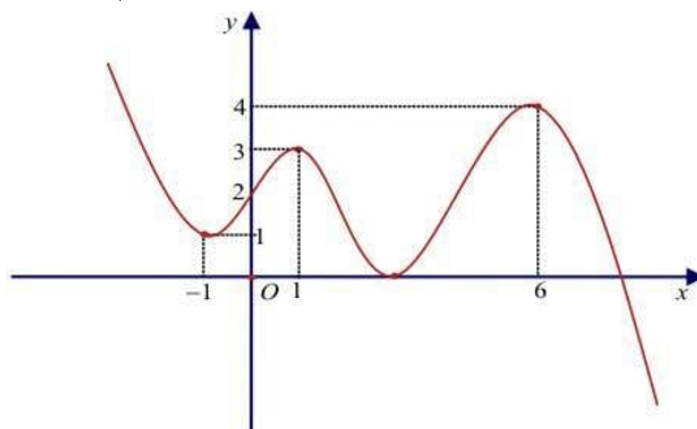
A. $3\sqrt{5}\text{ cm}$. B. 2 cm . C. 1 cm . D. $2\sqrt{5}\text{ cm}$.

Câu 22. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 học sinh nam và 6 học sinh nữ thành một hàng dọc sao cho 3 học sinh nam luôn đứng đầu?

A. 3450. B. 4320. C. 6720. D. 432.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị của

tham số m để phương trình $\frac{4m^3+m}{\sqrt{2f^2(x)+5}}=f^2(x)+3$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?



- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông tại B . Góc giữa cạnh SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° ; $AC = 3a$, $BC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 25. Biết $\int_1^2 \frac{1}{x(\ln x + 1)} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 + b^2 + ab = 7$. B. $a^2 + b^2 + ab = 8$. C. $a^2 + b^2 + ab = 10$. D. $a^2 + b^2 + ab = 6$.

Câu 26. Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 - 2mx + 3m - 2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn $-2021 \leq m \leq 2021$ để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

- A. 2019. B. 4040. C. 2018. D. 4041.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = ax^4 + 3x^2 + bx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 4]$ tại $x = 1$?

- A. 6. B. . C. 5. D. 11.

Câu 28. Cộng vào số hạng thứ nhất, thứ hai, thứ ba và thứ tư của một cấp số cộng tăng lần lượt các số 1; 2; 7 và 25 ta được bốn số lập thành cấp số nhân. Tìm công sai d của cấp số nhân đó.

- A. $d = \frac{11}{15}$. B. $d = \frac{5}{3}$. C. $d = \frac{7}{9}$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|2\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}$. B. $|2\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{39}$. C. $|2\vec{u} + \vec{v}| = 7$. D. $|2\vec{u} + \vec{v}| = 4$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng α với $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = x^3 + 2x^2 - m^2 + 2m, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(\sin x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{3}{3x-1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ và $f(0) = 1, f\left(\frac{2}{3}\right) = 2$. Giá trị của biểu thức $T = f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $-2+5\ln 2$. B. $4+5\ln 2$. C. $3+5\ln 2$. D. $2+5\ln 2$.

Câu 34. Cho hình trụ có tâm đáy là O, O' và có chiều cao $2a$. Gọi hai điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy tâm O, O' sao cho $AB = 3a$; thể tích tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. Thể tích khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{5\pi a^3}{2}$. B. πa^3 . C. $\frac{20\pi a^3}{3}$. D. $\frac{9\pi a^3}{2}$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$, $\widehat{BAC} < 90^\circ$, tam giác BCD vuông tại D , $BC = 2a$ và $\widehat{CBD} = 30^\circ$. Biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{5a}{4}$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 36. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $625^{\frac{x-1}{x}} \cdot 3^x = 10125$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S \in (5; 6)$. B. $S \in (0; 1)$. C. $S \in (2; 3)$. D. $S \in (3; 4)$.

Câu 37. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O , bán kính R thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ khi diện tích xung quanh của hình nón lớn nhất là

- A. $h = R$. B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. C. $h = 2R\sqrt{3}$. D. $h = R\sqrt{2}$.

Câu 38. Cho $\int_0^1 \frac{2x+1}{3-x} dx = -a + b \ln \frac{a}{c}$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{Z}; a, c > 0$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ là

- A. 2. B. 12. C. -2. D. -6.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2 \left(\frac{x^2 - mx + m^2}{x + 2m} \right) = -x^2 + (m+4)x - m^2 + 8m + 2$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 14. B. 13. C. 19. D. 8.

Câu 40. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$; $AD = 2a$; $A'C = 3a$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $\sqrt{5}a^3$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu 1. Giải phương trình $2 \cdot 3^{x^2-4} + 3^{x+2} = 3^{x^2+x-2} + 2$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = 3a$ và nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = \sqrt{2}a, AD = a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng SB , mặt phẳng (P) đi qua DM và cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến là đường thẳng vuông góc với DM . Gọi E là giao điểm của mặt phẳng (P) và SA .

a) Tính AE .