

Thời gian: 150 phút

Ngày thi: 17/03/2024

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{x \left(\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} \right)}{\sqrt{x^2-8x+16}}$ với $x > 4$.

a) Rút gọn biểu thức A. Tìm x để A đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3xy - 3x - 3y = 3 \\ 4x^3 - 12x^2 + 9x = -y^3 + 6y + 7 \end{cases}$$

Bài 3. a) Chứng minh rằng $M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3$ chia hết cho $B = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

b) Tìm số cạnh của một đa giác biết số đường chéo hơn số cạnh là 7.

Bài 4. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Điểm M bất kỳ nằm bên trong tam giác ABC. Gọi D, E, F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ M đến các cạnh BC, CA, AB. Tìm vị trí điểm M để

biểu thức $\frac{1}{MD} + \frac{1}{ME} + \frac{1}{MF}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 5. Cho hai đường tròn $(O_1; R_1)$ và $(O_2; R_2)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Đường thẳng (d) bất kỳ qua A cắt đường tròn $(O_1; R_1)$ và $(O_2; R_2)$ lần lượt tại M, N. Tiếp tuyến tại M của đường tròn $(O_1; R_1)$ và tiếp tuyến tại N của đường tròn $(O_2; R_2)$ cắt nhau tại I. Tìm giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác IMN khi đường thẳng (d) quay quanh A.