

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐÀK LAK**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023-2024
Môn thi : TOÁN CHUYÊN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm)

- 1) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x - 3m - 2 = 0$ có nghiệm.
- 2) Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là các nghiệm của phương trình $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$

Câu 2 (2 điểm) 1) Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $2f(x) + 3f(2-x) = 5x^2 - 8x + 3$, (1) với mọi số thực x .

a) Trong đẳng thức (1), thay x bởi $2-x$ và ghi ra kết quả.

b) Giải phương trình $f(x) = -1$

2) Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 13x - 10 - (x-y+2)\sqrt{x-y+1} = 0 \\ (3x^2 + 18x - 2xy + 6y - y^2)\sqrt{x-y+6} - 24x - 8y = 0. \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Cho 9 hình vuông có độ dài các cạnh là 9 số nguyên dương liên tiếp. Gọi S là tổng diện tích của 9 hình vuông đã cho. Tồn tại hay không một hình vuông có cạnh là một số nguyên dương và có diện tích là S .

2) Vẽ bất kì 17 đường tròn, mỗi đường tròn có độ dài đường kính là một số nguyên dương. Chứng minh rằng trong 17 đường tròn đó ta luôn chọn được năm đường tròn có tổng độ dài các đường kính là một số chia hết cho 5.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ, BC = CD$, M là trung điểm của AB , đường tròn tâm C bán kính BC cắt MD tại $E (E \neq D)$, H là giao điểm của AC và BD .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác $BHEM$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Gọi F là giao điểm của AE và đường tròn $(C) (F \neq E)$. Chứng minh $BC \perp DF$
- 3) Gọi I là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn $(C) (I \neq B)$, J là giao điểm của AI và DF .

Tính tỉ số $\frac{DJ}{DF}$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho các số thực x, y, z, t thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = xy + xz + xt + yz + yt + 3zt$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
ĐẮK LẮK

NĂM HỌC 2023-2024

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN - CHUYÊN

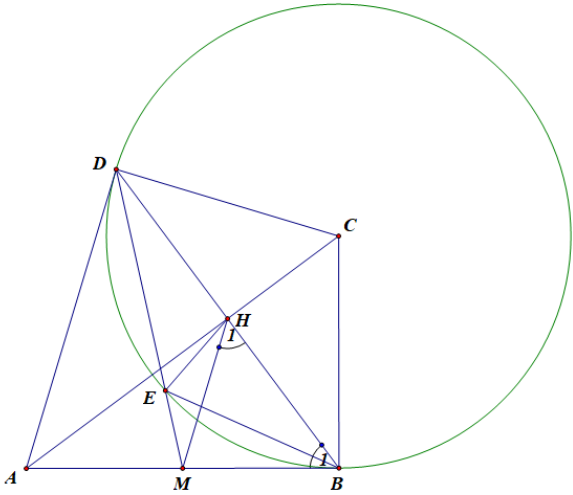
(Đáp án có 05 trang, gồm 05 câu)

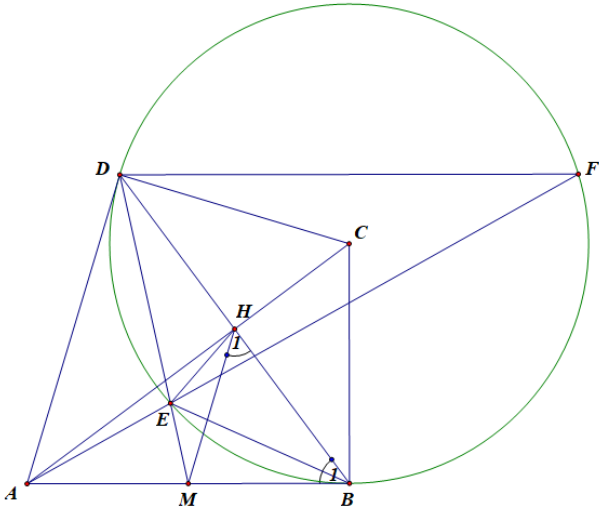
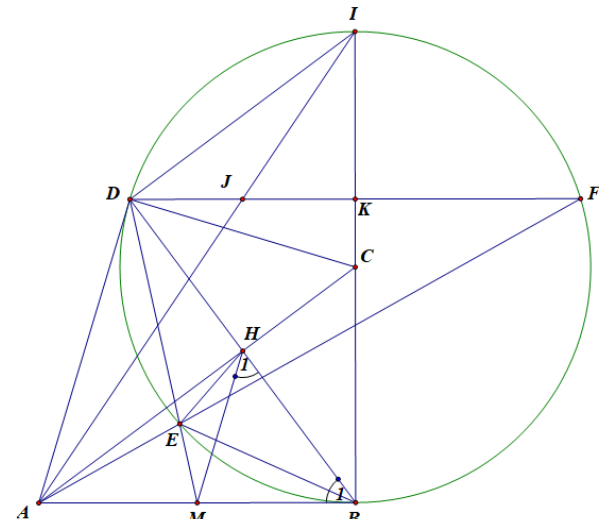
Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: **10/06/2023**

Câu 1 (2 điểm)		
1)	Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x - 3m - 2 = 0$ có nghiệm.	
	Lập được $\Delta' = 3m + 3$	0.5
	Giải đúng $3m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$.	0.5
2)	Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là các nghiệm của phương trình $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=1$. Tính giá trị của biểu thức $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$.	
	Biến đổi phương trình thành: $(x^2 + 8x + 11 - 4)(x^2 + 8x + 11 + 4) = 1$. Đặt $t = x^2 + 8x + 11$ và giải được $t = \sqrt{17}, t = -\sqrt{17}$.	0.25
	Với $t = \sqrt{17} \Rightarrow x^2 + 8x + 11 - \sqrt{17} = 0$ có $x_1 \cdot x_2 = 11 - \sqrt{17}$	0.25
	Với $t = -\sqrt{17} \Rightarrow x^2 + 8x + 11 + \sqrt{17} = 0$ có $x_3 \cdot x_4 = 11 + \sqrt{17}$	0.25
	Vậy $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = (11 - \sqrt{17})(11 + \sqrt{17}) = 104$	0.25
Câu 2. (2 điểm)	Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $2f(x) + 3f(2-x) = 5x^2 - 8x + 3, (1)$ với mọi số thực x .	
1)	a) Trong đẳng thức (1), thay x bởi $2-x$ và ghi ra kết quả.	
	Từ (1), thay x bởi $2-x$, ta được: $2f(2-x) + 3f(x) = 5(2-x)^2 - 8(2-x) + 3$ $\Leftrightarrow 2f(2-x) + 3f(x) = 5x^2 - 12x + 7$	0.25
	b) Giải phương trình $f(x) = -1$	
	Ta có $\begin{cases} 2f(x) + 3f(2-x) = 5x^2 - 8x + 3 \\ 2f(2-x) + 3f(x) = 5x^2 - 12x + 7 \end{cases}$	0.25
	Giải hệ ta tìm được $f(x) = x^2 - 4x + 3$.	0.25
	Khi đó $f(x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = -1 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$	0.25
2)	Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 13x - 10 - (x-y+2)\sqrt{x-y+1} = 0 \\ (3x^2 + 18x - 2xy + 6y - y^2)\sqrt{x-y+6} - 24x - 8y = 0. \end{cases}$	

	Xét phương trình $x^3 - 6x^2 + 13x - 10 - (x - y + 2)\sqrt{x - y + 1} = 0$ (1) Điều kiện: $x - y + 1 \geq 0$. (1) $\Leftrightarrow (x^3 - 6x^2 + 13x - 8) + (x - 2) = \sqrt{x - y + 1}(x - y + 1) + \sqrt{x - y + 1}$ $\Leftrightarrow (x - 2)^3 + (x - 2) = (\sqrt{x - y + 1})^3 + \sqrt{x - y + 1}$ (2). Đặt $\begin{cases} u = x - 2 \\ v = \sqrt{x - y + 1} \end{cases}$, khi đó (2) $\Leftrightarrow u^3 + u = v^3 + v$ $\Leftrightarrow (u - v)(u^2 + v^2 + uv + 1) = 0 \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow \sqrt{x - y + 1} = x - 2$	0.25
	Xét phương trình $(3x^2 + 18x - 2xy + 6y - y^2)\sqrt{x - y + 6} - 24x - 8y = 0$ $\Leftrightarrow (3x^2 - 2xy - y^2 + 18x + 6y)\sqrt{x - y + 6} - 24x - 8y = 0$ $\Leftrightarrow [(3x^2 - 2xy - y^2) + 6(3x + y)]\sqrt{x - y + 6} - 8(3x + y) = 0$ $\Leftrightarrow [(3x + y)(x - y) + 6(3x + y)]\sqrt{x - y + 6} - 8(3x + y) = 0$ $\Leftrightarrow (3x + y)[(\sqrt{x - y + 6})^3 - 8] = 0 \Leftrightarrow 3x + y = 0$ (do $x - y + 1 \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x - y + 6})^3 - 8 > 0$)	0.25
	Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3x = -y \\ \sqrt{x - y + 1} = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -y \\ \sqrt{4x + 1} = x - 2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -y \\ x \geq 2 \\ x^2 - 8x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -y \\ x = 4 + \sqrt{13} \\ x = 4 - \sqrt{13} \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{13} \\ y = -12 - 3\sqrt{13} \end{cases}$	0.25
Câu 3. (2 điểm)		
1)	Cho 9 hình vuông có độ dài các cạnh là 9 số nguyên dương liên tiếp. Gọi S là tổng diện tích của 9 hình vuông đã cho. Tồn tại hay không một hình vuông có cạnh là một số nguyên dương và có diện tích là S. Gọi $x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5, x+6, x+7, x+8$ với x là số nguyên dương lần lượt là cạnh của các hình vuông đã cho, suy ra $S = x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 + (x+5)^2 + (x+6)^2 + (x+7)^2 + (x+8)^2$ Rút gọn $S = 9x^2 + 72x + 204$. Gọi hình vuông cần tìm có cạnh là y với y là số nguyên dương, ta có $9x^2 + 72x + 204 = y^2$ (1) Ta có $9x^2 + 72x + 204 = 9(x^2 + 8x + 22) + 6$ chia cho 9 dư 6. Mặt khác y^2 chia cho 9 có số dư là $r \in \{0; 1; 4; 7\}$ suy ra phương trình (1) vô nghiệm. Vậy không tồn tại hình vuông thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25
		0.25
2)	Vẽ bất kì 17 đường tròn, mỗi đường tròn có độ dài đường kính là một số nguyên dương. Chứng minh rằng trong 17 đường tròn đó ta luôn chọn được năm đường tròn có tổng độ dài các đường kính là một số chia hết cho 5.	

	Gọi các số tự nhiên $a_1, a_2, \dots, a_{17}$ lần lượt là độ dài đường kính 17 đường tròn đã vẽ và $r_1, r_2, \dots, r_{17}$ là số dư khi chia lần lượt $a_1, a_2, \dots, a_{17}$ cho 5.	0.25
	Ta có: $r_1, r_2, \dots, r_{17} \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$	0.25
	Nếu trong 17 số $r_1, r_2, \dots, r_{17}$ tồn tại năm số bằng nhau, chẳng hạn: $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5$ Thì ta có $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ chia hết cho 5.	0.25
	Nếu trong 17 số $r_1, r_2, \dots, r_{17}$ không có năm số nào bằng nhau, tức là tối đa 4 số bằng nhau, chẳng hạn có 4 nhóm 4 số bằng nhau, như vậy 17 số dư được phân thành 4 lớp mà mỗi lớp có 4 phần tử và 1 lớp có 1 phần tử với các phần tử đại diện là 0; 1; 2; 3; 4. Lúc đó lấy trong mỗi lớp 1 số sẽ được năm số có giá trị đôi một khác nhau. Chẳng hạn $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5$ và $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 10$ nên $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ chia hết cho 5.	0.25
Câu 4. (3 điểm)	Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ, BC = CD$, M là trung điểm của AB , đường tròn tâm C bán kính BC cắt MD tại $E (E \neq D)$, H là giao điểm của AC và BD	
1)	Chứng minh rằng tứ giác $BHEM$ là tứ giác nội tiếp.  Ta có $\triangle ABC = \triangle ADC \Rightarrow AB = AD$, $MH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB = MB$ nên $\widehat{MBH} = \widehat{MHB}$. AB, AD là tiếp tuyến của đường tròn tâm C bán kính BC nên $\widehat{MBE} = \widehat{BDM}$. $\triangle MEB$ đồng dạng với tam giác $\triangle MBD$ suy ra $\widehat{MEB} = \widehat{MBD} = \widehat{MHB}$ $\widehat{MEB} = \widehat{MHB}$ cùng nhìn cạnh MB nên tứ giác $BHEM$ là tứ giác nội tiếp.	0.25
2)	Gọi F là giao điểm của AE và đường tròn $(C) (F \neq E)$. Chứng minh $BC \perp DF$	

	 Do $\triangle MEB$ đồng dạng với tam giác $\triangle MBD$ suy ra $\frac{MB}{ME} = \frac{MD}{MB} \Leftrightarrow \frac{MA}{ME} = \frac{MD}{MA}$ Từ đó có tam giác MAE đồng dạng với tam giác MDA, suy ra $\widehat{MDA} = \widehat{MAE}$. Mặt khác $\widehat{MDA} = \widehat{DFA}$ do cùng chắn cung DE nên $\widehat{MAE} = \widehat{DFA}$ $\Rightarrow DF \parallel AB \perp BC \Rightarrow BC \perp DF$	0.25
3)	Gọi I là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn (C) ($I \neq B$), J là giao điểm của AI và DF. Tính tỉ số $\frac{DJ}{DF}$	
	 Gọi K là giao của BC và DF suy ra K là trung điểm của DF. Do $DF \parallel AB \Rightarrow \frac{JK}{AB} = \frac{IK}{IB} (1)$. Tam giác $\triangle DIK$ đồng dạng tam giác $\triangle ACB$ (là hai tam giác vuông có $\widehat{DIK} = \frac{1}{2} \widehat{DCB} = \widehat{ACB}$) suy ra $\frac{IK}{CB} = \frac{DK}{AB} \Leftrightarrow \frac{IK}{2CB} = \frac{DK}{2AB} \Leftrightarrow \frac{IK}{IB} = \frac{DK}{2AB} (2)$ Từ (1), (2) $\Rightarrow \frac{IK}{IB} = \frac{DK}{2AB} = \frac{JK}{AB} \Rightarrow JK = \frac{1}{2} DK \Rightarrow \frac{DJ}{DF} = \frac{1}{4}$	0.25

Câu 5. (1 điểm)	Cho các số thực x, y, z, t thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = xy + xz + xt + yz + yt + 3zt$.	
	Với mọi số thực $\alpha > 0$, ta có $2\alpha A = 2\alpha xy + 2\alpha xz + 2\alpha xt + 2\alpha yz + 2\alpha yt + 2\alpha 3zt$ $\Leftrightarrow 2\alpha A = \alpha(2xy) + 2x(\alpha z) + 2x(\alpha t) + 2y(\alpha z) + 2y(\alpha t) + (2zt)(3\alpha)$ $\Leftrightarrow 2\alpha A \leq \alpha(x^2 + y^2) + x^2 + (\alpha z)^2 + x^2 + (\alpha t)^2 + y^2 + (\alpha z)^2 + y^2 + (\alpha t)^2 + (z^2 + t^2)(3\alpha)$ $\Leftrightarrow 2\alpha A \leq (\alpha + 2)(x^2 + y^2) + (2\alpha^2 + 3\alpha)(z^2 + t^2)$	0.25
	Do biểu thức trên đúng với mọi số thực $\alpha > 0$ nên ta chọn $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \alpha + 2 = 2\alpha^2 + 3\alpha = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$	0.25
	Khi đó $2\alpha A \leq (\alpha + 2)(x^2 + y^2) + (2\alpha^2 + 3\alpha)(z^2 + t^2) = (\alpha + 2)(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)$ $\Leftrightarrow A \leq \frac{\alpha + 2}{2\alpha} = \frac{2 + \sqrt{5}}{2}$	0.25
	Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức A là $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$ đạt được khi $\begin{cases} x = y \\ z = t \\ x = \alpha z = \alpha t \\ \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ z = t \\ x = \alpha z = \alpha t \\ \alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{20}} \\ z = t = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{20}} \\ x = y = -\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{20}} \\ z = t = -\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{20}} \end{cases}$	0.25

Ghi chú: Thí sinh làm đúng, khác với đáp án thì vẫn cho điểm tối đa câu đó.