

**SỔ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023-2024

Môn thi: **TOÁN (CHUYÊN)**

Ngày thi: **08/6/2023**

Thời gian làm bài: **150 phút (không kể thời gian phát đề)**

Câu 1 (1,5 điểm) Cho biểu thức $T = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} \right) \left(\frac{\sqrt{a}}{4} - \frac{1}{4\sqrt{a}} \right)^2$ với $a > 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức T .

b) Tìm tất cả các giá trị của a để $T = -\sqrt{a} - 1$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GNH có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hàng X là 20% và mặt hàng Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả số tiền là 395000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cửa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hàng Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4x_1 + 3x_2 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm)

Giải phương trình $x^2 - 5x + 2 + (3 - 2x)\sqrt{x^2 + x + 2} = 0$.

Câu 4 (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au, Bv với nửa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nửa đường tròn (C khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự ở M và N .

a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn và $\widehat{CBO} = \widehat{CNO}$.

b) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , gọi K là giao điểm của CH với AN . Chứng minh ba điểm M, K, B thẳng hàng.

c) Gọi S là diện tích của tam giác ABC , S_1 là diện tích của tam giác MON . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S}$ khi $AM = 1,5R$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Ông Tuệ khóa két sắt bằng mật mã có 4 chữ số. Ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được két sắt đó?

Câu 6 (1,0 điểm) Cho $a \geq 0, b \geq 0$ thỏa mãn $2a + 3b \leq 6$ và $2a + b \leq 4$. Chứng minh rằng:

$$-\frac{22}{9} \leq a^2 - 2a - b \leq 0.$$

Câu 7 (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là một điểm trên cạnh BC , I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM . Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023-2024

Môn thi: **TOÁN (CHUYÊN)**

Ngày thi: **08/6/2023**

Thời gian làm bài: **150 phút (không kể thời gian phát đề)**

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

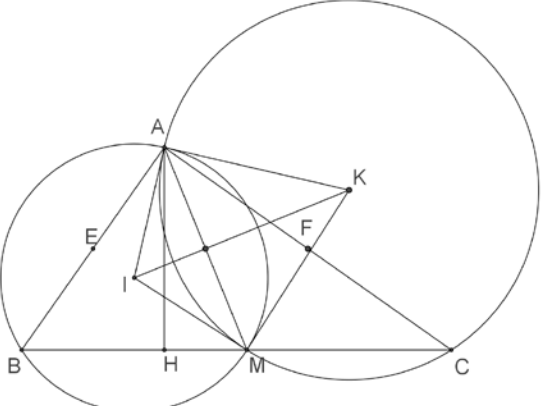
(Hướng dẫn chấm gồm **04** trang)

Ghi chú: Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

Câu	Nội dung	Điểm
1a (1,0 điểm)	Cho biểu thức $T = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} \right) \left(\frac{\sqrt{a}}{4} - \frac{1}{4\sqrt{a}} \right)^2$ với $a > 0, a \neq 1$.	
	Rút gọn biểu thức T .	
	$T = \left(\frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \right) \left(\frac{\sqrt{a}}{4} - \frac{1}{4\sqrt{a}} \right)^2$	0,25
	$= \left(\frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \right) \left(\frac{a-1}{4\sqrt{a}} \right)^2$	0,25
	$= \frac{4\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{(4\sqrt{a})^2}$	0,25
	$= \frac{a-1}{4\sqrt{a}}$	0,25
1b (0,5 điểm)	Tìm tất cả các giá trị của a để $T = -\sqrt{a} - 1$.	
	$\frac{a-1}{4\sqrt{a}} = -\sqrt{a} - 1 \Leftrightarrow 5a + 4\sqrt{a} - 1 = 0$	0,25
	$\sqrt{a} = -1$ hoặc $\sqrt{a} = \frac{1}{5}$. Kết luận $a = \frac{1}{25}$.	0,25
2a (1,0 điểm)	Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GNH có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hàng X là 20% và mặt hàng Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả số tiền là 395000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cửa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hàng Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá).	
	Gọi giá niêm yết của mặt hàng X và Y lần lượt là x, y (đồng)	0,25
	Lập được hệ phương trình $\begin{cases} 2x(1-20\%) + y(1-15\%) = 395000 \\ 3x(1-30\%) + 2y(1-25\%) = 603000 \end{cases}$	0,25

	Giải được $\begin{cases} x = 130000 \\ y = 220000 \end{cases}$	0,25
	Kết luận đúng.	0,25
2b (1,0điểm)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4x_1 + 3x_2 = 1$.	
	Ta có $\Delta = -4m + 29$	
	Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{29}{4}$	0,25
	Theo hệ thức Vi-ét ta có : $x_1 + x_2 = 2m - 1$; $x_1 x_2 = m^2 - 7$	0,25
	Ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ 4x_1 + 3x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 - 6m \\ x_2 = 8m - 5 \end{cases}$	0,25
	$x_1 x_2 = m^2 - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{13}{49} \text{ (nhận).} \end{cases}$	0,25
3 (1,0điểm)	Giải phương trình $x^2 - 5x + 2 + (3 - 2x)\sqrt{x^2 + x + 2} = 0$.	
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + x + 2} - 2x)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 3) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 2} - 2x = 0$ (vì $\sqrt{x^2 + x + 2} + 3 > 0 \forall x$)	0,25
	$\Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -\frac{2}{3}$	0,25
	Thử lại và kết luận nghiệm của phương trình đã cho là $x = 1$.	0,25
4a (1,0điểm)	Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au, Bv với nửa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nửa đường tròn (C khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự ở M và N . a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn và $\widehat{CBO} = \widehat{CNO}$. b) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , gọi K là giao điểm của CH với AN . Chứng minh ba điểm M, K, B thẳng hàng. c) Gọi S là diện tích của tam giác ABC , S_1 là diện tích của tam giác MON . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S}$ khi $AM = 1,5R$.	
	Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn và $\widehat{CBO} = \widehat{CNO}$.	
	Tứ giác $AMCO$ có : $\widehat{MAO} = 90^\circ$; $\widehat{MCO} = 90^\circ$	0,25
	$\widehat{MAO} + \widehat{MCO} = 180^\circ$ Vậy tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn.	0,25
	Tương tự ta có tứ giác $COBN$ nội tiếp	0,25

	$\Rightarrow \widehat{CBO} = \widehat{CNO}$	0,25
	Chứng minh ba điểm M, K, B thẳng hàng.	
	Ta có: $CK \parallel AM$ nên $\frac{KN}{KA} = \frac{CN}{CM}$	0,25
	Mà $MC = MA, NC = NB$ nên $\frac{KN}{KA} = \frac{NB}{MA}$ (1)	0,25
	Ta lại có $\widehat{MAK} = \widehat{ANB}$ (so le trong) (2) Từ (1) và (2) ta được $\triangle AKM \sim \triangle NKB$ $\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{NKB}$ Mà A, K, N thẳng hàng nên M, K, B thẳng hàng (đpcm).	0,25
Gọi S là diện tích của tam giác ABC , S_1 là diện tích của tam giác MON . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S}$ khi $AM = 1,5 R$.		
Ta có $\triangle MON \sim \triangle ACB$ nên tam giác MON vuông tại O , cho ta: $OC^2 = CM \cdot CN \Rightarrow CN = \frac{2}{3} R$; $MN = MC + CN = \frac{13}{6} R$		0,25
$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{MN}{AB} \right)^2 = \frac{169}{144}$.		0,25
Ông Tuệ khóa kết sắt bằng mật mã có 4 chữ số. Ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được kết sắt đó?		
Chia được thành các tổ hợp số: (1;1;1;6), (2;2;2;3), (1;1;2;5), (1;1;3;4), (2;2;1;4), (3;3;1;2)		0,25
Có 4 cách để thử mỗi tổ hợp số (1;1;1;6), (2;2;2;3)		0,25
Có 12 cách để thử mỗi tổ hợp số (1;1;2;5), (1;1;3;4), (2;2;1;4), (3;3;1;2)		0,25
Vậy ông Tuệ phải thực hiện tối đa $2.4 + 4.12 = 56$ lần		0,25
Cho $a \geq 0, b \geq 0$ thỏa mãn $2a + 3b \leq 6$ và $2a + b \leq 4$. Chứng minh rằng: $-\frac{22}{9} \leq a^2 - 2a - b \leq 0$.		
$2a + 3b \leq 6 \Rightarrow -b \geq \frac{2}{3}a - 2$		0,25
$a^2 - 2a - b \geq a^2 - 2a + \frac{2}{3}a - 2 = \left(a - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{22}{9} \geq -\frac{22}{9}$ (1)		0,25
$2a + b \leq 4 \Rightarrow 2a^2 + ab \leq 4a$		0,25
$\Rightarrow a^2 - 2a - b \leq -\frac{ab}{2} - b \leq 0$ (2)		0,25

	Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.	
7 (1,0 điểm)	Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là một điểm trên cạnh BC , I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM . Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.	
		
	Ta có $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{AIM} = \widehat{AIK}$; $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AKM} = \widehat{AKI}$.	0,25
	$\widehat{AIK} + \widehat{AKI} = \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ nên tam giác AIK vuông tại A	0,25
	$S_{AIK} = \frac{1}{2}AI.AK \geq \frac{1}{2}AE.AF = \frac{1}{8}AB.AC$, với E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, AC	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi $I \equiv E$ và $K \equiv F$, khi đó $M \equiv H$.	0,25

-----HẾT-----