

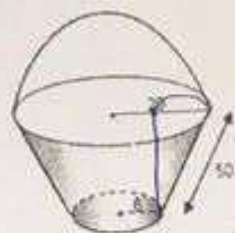
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

Môn thi: TOÁN – CHUYÊN
Thời gian làm bài: 120 phút
Ngày thi: 07/6/2023

Câu 1. (4.0 điểm)

1.1. Rút gọn biểu thức: $B = \sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{8 - 3\sqrt{7}} - \sqrt{2}$.

1.2. Một chiếc xô hình nón cụt có bán kính miệng xô là 20 cm, bán kính đáy xô 6 cm và độ dài đường sinh là 50 cm (minh họa bởi hình bên). Hỏi xô đó có chứa được hết 30 lít nước không? (cho $\pi = 3,14$).



Câu 2. (4.0 điểm)

2.1. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy = 2022x + 2023y + 2024$.

2.2. Tại Khoản 1, Điều 3 Nghị định số 100/2019/NĐ-CP ngày 30 tháng 12 năm 2019 của Chính phủ quy định tốc độ tối đa của xe đạp điện là 25 km/h. Hai bạn An và Bình xuất phát cùng một lúc từ trường đến khu du lịch với quãng đường dài 24 km bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ An đi chậm hơn Bình là 6 km nên đến nơi muộn hơn 12 phút. Hỏi hai bạn An và Bình có vi phạm tốc độ theo quy định tại Khoản 1, Điều 3 Nghị định số 100/2019/NĐ-CP hay không?

Câu 3. (5.0 điểm)

3.1. Cho phương trình trùng phương ẩn x , tham số m : $x^4 + 2(1-m)x^2 + m^2 = 0$ (*).

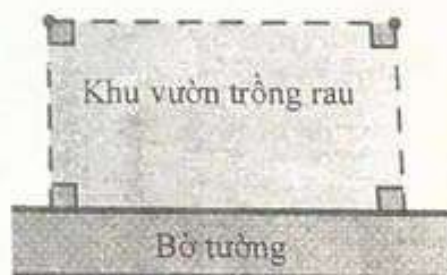
Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (*) vô nghiệm.

3.2. Trên đường tròn tâm O đường kính AB lấy điểm C (khác điểm A và B). Các tiếp tuyến của đường tròn tại A và tại C cắt nhau ở D . Gọi H là hình chiếu của điểm C trên AB . Chứng minh rằng: BD đi qua trung điểm của CH .

Câu 4. (4.0 điểm)

4.1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3x + 8 = y^3 \\ x^2 + y^2 - 2 = y \end{cases}$$

4.2. Bố bạn Nam dự định rào một khu vườn trồng rau hình chữ nhật gồm ba mặt bằng lưới nhựa dài 20 mét và mặt còn lại tận dụng bờ tường có sẵn (minh họa bởi hình bên). Em hãy tư vấn giúp bố bạn Nam cách rào để diện tích khu vườn trồng rau là lớn nhất.



Câu 5. (3.0 điểm)

5.1. Cho hình vuông $ABCD$, trên đường chéo BD lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Đường thẳng đi qua E vuông góc với BD cắt AD tại O , đường thẳng AE cắt BO tại H . Vẽ đường tròn $(O; OA)$ cắt AD tại K (khác điểm A). Chứng minh rằng: $DK \cdot DA = OH \cdot OB$.

5.2. Cho một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là a, b, c và có chu vi bằng 2. Tính

giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a}{b+c-a} + \frac{4b}{c+a-b} + \frac{9c}{a+b-c}$.

----- Hết -----