

Mã đề 001:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	C	A	A	B	B	C	C	D	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	C	D	B	D	C	B	C	B	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	A	B	D	A	B	C	D	C	B
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	A	A	C	C	A	C	A	C	B	A

Mã đề 002:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	A	C	D	C	D	B	A	B	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	C	C	A	B	C	A	C	D	D	D
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	C	B	A	A	D	B	B	A	D
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	A	A	D	B	A	A	B	D	A	C

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Bài thi tự luận

LỚP 12 THPT

SỐ BÁO DANH:.....

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề gồm có 01 trang, 03 câu.

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 4, với tọa độ điểm $E(2;1)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(2x+m) - 2\log_3 x = x^2 - 6x - 3m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

b) Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn các điều kiện $x \geq y \geq 1 \geq z$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{24}{x^3 + y^3 + z^3} + \frac{25}{xy + yz + zx}$.

Câu 3 (2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm cạnh AB và điểm N thuộc cạnh AD sao cho $AD = 4AN$. Biết $SA = a$, MN vuông góc với SM và tam giác SMC cân tại S .

a) Tính thể tích của khối chóp $S.CMN$ theo a .

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC theo a .

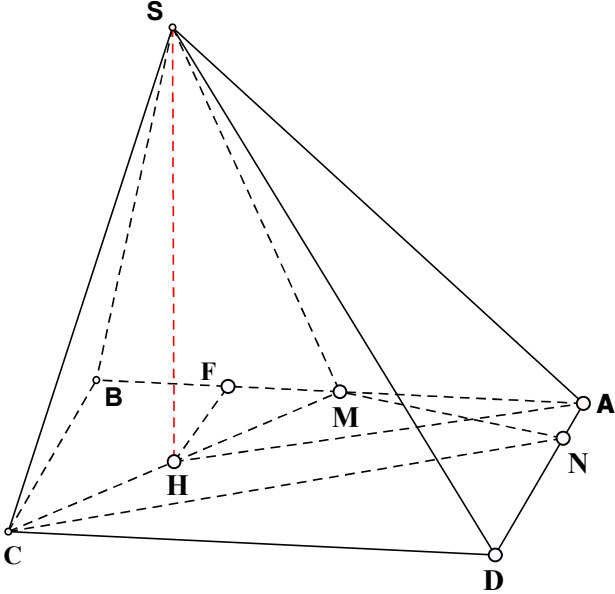
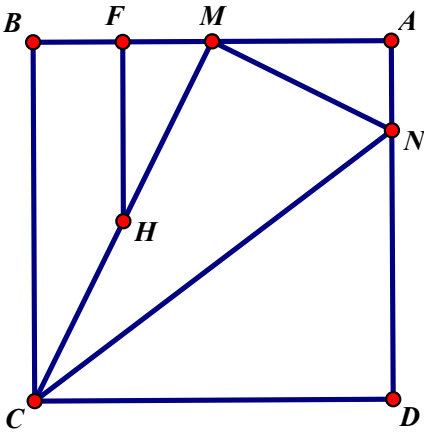
-----hết-----

YÊU CẦU CHUNG

- * Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi bài. Trong bài làm của thí sinh yêu cầu phải lập luận logic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết và rõ ràng.
- * Trong mỗi bài, nếu thí sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước giải sau có liên quan.
- * Ở câu 3 nếu thí sinh không vẽ hình thì cho 0 điểm.
- * Điểm thành phần của mỗi bài phân chia đến 0.25 điểm.
- * Thí sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tùy theo mức điểm của từng bài.
- * Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các bài.

Câu	Nội dung	Điểm
1a (1,0)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).	
	Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x-1} = x + m$ $\Leftrightarrow (2x-1) = (x+m)(x-1)$, (do $x=1$ không là nghiệm của phương trình) $\Leftrightarrow x^2 + (m-3)x + 1 - m = 0. (*)$	0.25
	Phương trình $(*)$ có $\Delta = (m-3)^2 - 4(1-m) = (m-1)^2 + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên đường thẳng d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B .	0.25
	Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$. Vì x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$ nên $x_1 + x_2 = -m + 3; x_1 \cdot x_2 = 1 - m$.	0.25
	Khi đó $\overrightarrow{OA} = (x_1; x_1 + m); \overrightarrow{OB} = (x_2; x_2 + m)$. Tam giác OAB vuông tại O khi và chỉ khi $OA \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$. Suy ra $x_1 \cdot x_2 + (m + x_1)(m + x_2) = 0 \Leftrightarrow 2x_1 \cdot x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0$ $\Leftrightarrow 2(1-m) + m(-m+3) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.	0.25
1b (1,0)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 4, với tọa độ điểm $E(2;1)$.	
	Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx$. $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2m$.	0.25
	Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. Khi đó, tọa độ các điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2m; -4m^3 + 1)$.	0.25

	Đường thẳng AE có phương trình $y - 1 = 0$ và $AE = 2$. Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng AE là $d(B, AE) = 4 m^3 $.	0.25
	Do đó $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \cdot d(B, AE) \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot 4m^3 \cdot 2 = 4 m^3 $ Tam giác ABE có diện tích bằng 4 nên $4 m^3 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 1$ (thỏa mãn).	0.25
2a (1,0)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(2x + m) - 2\log_3 x = x^2 - 6x - 3m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.	
	Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 2x + m > 0 \end{cases}$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với phương trình $x^2 + \log_3 x^2 = (6x + 3m) + \log_3(6x + 3m)$ (1)	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 3} > 0$ với mọi $t \in (0; +\infty)$ nên hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$.	0,25
	Do đó (1) $\Leftrightarrow f(x^2) = f(6x + 3m) \Leftrightarrow x^2 = 6x + 3m \Leftrightarrow x^2 - 6x - 3m = 0$ (2).	0,25
	Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3m > 0 \\ -3m > 0 \\ 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 0$. Vậy $-3 < m < 0$.	0,25
2b (1,0)	Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn các điều kiện $x \geq y \geq 1 \geq z$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{24}{x^3 + y^3 + z^3} + \frac{25}{xy + yz + zx}$.	
	Đặt $q = xy + yz + zx$ và $p = xyz$ với $q \geq 0, p \geq 0$. Từ giả thiết $x \geq y \geq 1 \geq z$ ta có $(1 - x)(1 - y)(1 - z) \geq 0$ hay $q - 2 \geq p$. Do đó $q \geq 2$. Mặt khác vì $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx)$ nên $q \leq 3$. Suy ra $2 \leq q \leq 3$.	0,25
	Ta luôn có $x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^3 - 3(x + y + z)(xy + yz + zx) + 3xyz$ Lúc đó $x^3 + y^3 + z^3 = 3(9 - 3q + p) \leq 3[9 - 3q + (q - 2)] = 3(7 - 2q)$. Suy ra $P \geq \frac{8}{7 - 2q} + \frac{25}{q}$ với $2 \leq q \leq 3$.	0,25
	Xét hàm số $f(q) = \frac{8}{7 - 2q} + \frac{25}{q}$ với $2 \leq q \leq 3$. Ta có $f'(q) = \frac{-84q^2 + 700q - 1225}{[q(7 - 2q)]^2}$; $f'(q) = 0 \Leftrightarrow q = \frac{35}{6}, q = \frac{5}{2}$.	0,25

	Lập bảng biến thiên, ta có kết luận $\min_{[2;3]} f(q) = 14$ khi $q = \frac{5}{2}$.	
	Do đó $P \geq 14$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $q = \frac{5}{2}$ và $q - 2 = p$ Nên suy ra $p = \frac{1}{2}$ và $(1-x)(1-y)(1-z) = 0$, lúc đó trong các số thực x, y, z không âm luôn tồn tại ít nhất một số bằng 1. Kết hợp $xy + yz + zx = \frac{5}{2}, xyz = \frac{1}{2}$ và $x \geq y \geq 1 \geq z \geq 0$ ta tính được $x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}; y = 1; z = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 14 khi $x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}; y = 1; z = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.	0,25
3	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh AB và điểm N thuộc cạnh AD sao cho $AD = 4.AN$. Biết $SA = a$, MN vuông góc với SM và tam giác SMC cân tại S. a) Tính thể tích của khối chóp $S.CMN$ theo a. b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC theo a.	
3a (1,0)	 	
	Ta tính được $MN^2 = \frac{5a^2}{16}, MC^2 = \frac{5a^2}{4}, NC^2 = \frac{25a^2}{16} \Rightarrow MN^2 + MC^2 = NC^2$. Do đó tam giác CMN vuông tại M hay $CM \perp MN$. (1) Suy ra $S_{\Delta CMN} = \frac{1}{2} MC.MN = \frac{5a^2}{16}$.	0,25
	Gọi H là trung điểm của MC, vì tam giác SMC cân tại S nên $SH \perp CM$ (2) Từ giả thiết $SM \perp MN$ và (1) ta có $MN \perp (SMC)$. Suy ra $SH \perp MN$ (3) Từ (2) và (3) suy ra $SH \perp (MNC)$. Do đó SH là chiều cao hình chóp $S.CMN$.	0,25
	Kẻ $HF \perp AB, F \in AB$. Khi đó HF song song BC và F là trung điểm BM.	0,25

	Do ΔHFA vuông tại F nên $HA^2 = HF^2 + FA^2 = \frac{13a^2}{16} \Rightarrow HA = \frac{a\sqrt{13}}{4}$ Do ΔSHA vuông tại H nên $SH^2 = SA^2 - HA^2 = \frac{3a^2}{16} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	
	Vậy $V_{SCMN} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta CMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{5a^2}{16} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{192}$.	0,25
	Hình vẽ Câu 3b	
3b (1,0)	Gọi K là trung điểm của CD. Từ MC song song AK suy ra MC song song (SAK) do đó $d(MC, SA) = d(MC, (SAK)) = d(H, (SAK))$.	0,25
	Kẻ $HL \perp AK, L \in AK$ và kết hợp $AK \perp SH$ suy ra $AK \perp (SHL)$ Nên $(SAK) \perp (SHL)$ và $(SAK) \cap (SHL) = SL$. Kẻ $HI \perp SL, I \in SL \Rightarrow HI \perp (SAK)$. Lúc đó $d(MC, SA) = d(H, (SAK)) = HI$.	0,25
	Ta tính được $S_{CMAK} = S_{ABCD} - S_{BMC} - S_{ADK} = \frac{a^2}{2}$. Tứ giác $CMAK$ là hình bình hành nên $S_{CMAK} = HL \cdot AK$ Suy ra $HL = \frac{S_{CMAK}}{AK} = \frac{a^2}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.	0,25
	Xét tam giác SHL có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HL^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HI = \frac{HL \cdot HS}{\sqrt{HL^2 + HS^2}} = \frac{a\sqrt{93}}{31}$ Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC bằng $\frac{a\sqrt{93}}{31}$.	0,25