

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 02 trang)

I. PHẦN TỰ CHỌN (3.0 ĐIỂM)

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây:

ĐỀ 1:

Câu 1. (2.0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

- Tính giá trị của A khi $x = 64$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Câu 2. (1.0 điểm)

Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 trung học phổ thông chuyên, tổng số học sinh trúng tuyển của hai trường A và B là 22 em, chiếm tỉ lệ 40% trên tổng số học sinh dự thi của hai trường trên. Nếu tính riêng từng trường thì trường A có 50% học sinh dự thi trúng tuyển và trường B có 28% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh dự thi?

ĐỀ 2:

Câu 1. (2.0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{x - 4}{x\sqrt{x} - 8} + \frac{x + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 1)^2 + 3}$

(với $x \geq 0, x \neq 4$)

- Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- Rút gọn B.
- Tìm điều kiện của x để $A \leq B$.

Câu 2. (1.0 điểm)

Đầu năm học, trường A mua 245 quyển sách tham khảo gồm hai môn Toán và Ngữ văn. Cuối năm học, nhà trường đã dùng $\frac{1}{2}$ số sách Toán và $\frac{2}{3}$ số sách Ngữ văn để khen thưởng cho học sinh giỏi. Biết rằng mỗi học sinh giỏi nhận được một quyển sách Toán và một quyển sách Ngữ văn. Hỏi đầu năm học trường A mua mỗi loại bao nhiêu quyển sách?

II. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7.0 ĐIỂM)

Câu 3. (2.0 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} |x + 2| + 4\sqrt{y - 1} = 5 \\ 3|x + 2| - 2\sqrt{y - 1} = 1 \end{cases}$$
- Giải phương trình: $x^2 + \left(3 - \sqrt{x^2 + 2}\right)x = 1 + 2\sqrt{x^2 + 2}$

Câu 4. (1.0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m - 1)x - 2m + 5$

(m là tham số). Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 dương và $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 2$.

Câu 5. (1.0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x + 2021$.

Câu 6. (2.0 điểm)

Cho điểm M thuộc nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ (M khác A và B). Kẻ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn (Ax và By cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn). Tiếp tuyến tại M của (O) cắt Ax, By lần lượt tại E và F , AF cắt BE tại K .

1. Chứng minh: $AE \cdot BF = R^2$.

2. Kéo dài MK cắt AB tại H . Chứng minh K là trung điểm của MH .

Câu 7. (1.0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ CM vuông góc với BD ($M \in BD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của MB và AD . Chứng minh IJ và IC vuông góc với nhau.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN TOÁN
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2021-2022

Đề	Câu	Nội dung	Điểm
Đề 1		I. PHẦN TỰ CHỌN (3.0 điểm)	
	1 2.0 đ	$1. A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2 + \sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{4}$ $2. B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ $3. \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow 0 < x < 4$	0.5 0.5 0.5 0.25 0.25
	2 1.0 đ	Gọi số học sinh dự thi của hai trường A, B lần lượt là x, y (học sinh) ($x, y \in \mathbb{N}^*$) Số học sinh trúng tuyển chiếm 40% nên ta có $(x + y)40\% = 22 \Leftrightarrow x + y = 55$ Trường A có số học sinh trúng tuyển là $50\%x = \frac{1}{2}x$ Trường B có số học sinh trúng tuyển là $28\%y = \frac{7}{25}y$ Cả hai trường có 22 học sinh trúng tuyển $\frac{1}{2}x + \frac{7}{25}y = 22 \Leftrightarrow 25x + 14y = 1100$ Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 55 \\ 25x + 14y = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 25 \end{cases}$ Trả lời đúng	0.25 0.25 0.25 0.25
	1 2.0 đ	$1. A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9} - 2} = 3$ $2. B = \frac{x - 4}{x\sqrt{x} - 8} + \frac{x + \sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 1)^2 + 3}$	0.5 0.25

		$= \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(x + 2\sqrt{x} + 4)} + \frac{x + \sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1 + 3}$ $= \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 4} + \frac{x + \sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 4}$ $= \frac{x + 2\sqrt{x} + 4}{x + 2\sqrt{x} + 4} = 1$ 3. $A \leq B \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \leq 1$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x} - 2} \leq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 4$ $0 \leq x < 4$	0.25 0.5 0.25 0.25
Đề 2 3.0 đ	2 1.0 đ	Gọi x, y (quyển) lần lượt là số sách Toán và Ngữ văn ($x, y > 0$) Theo đề bài: $x + y = 245$ Số sách Toán đã khen thưởng: $\frac{1}{2}x$ (quyển) Số sách Ngữ văn đã khen thưởng: $\frac{2}{3}y$ (quyển) Mỗi bạn học sinh giỏi nhận được một quyển sách Toán và một quyển sách Ngữ văn nên số sách Toán và Ngữ văn đã khen thưởng bằng nhau: $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 0$ Hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 245 \\ \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 140 \\ y = 105 \end{cases}$ Đầu năm nhà trường mua 140 quyển sách Toán và 105 quyển sách Ngữ văn.	0.25 0.25 0.25 0.25
		II. PHẦN CHUNG (7.0 ĐIỂM)	
	3 2.0 đ	1. $\begin{cases} x + 2 + 4\sqrt{y - 1} = 5 \\ 3 x + 2 - 2\sqrt{y - 1} = 1 \end{cases} \quad (y \geq 1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 + 4\sqrt{y - 1} = 5 \\ 6 x + 2 - 4\sqrt{y - 1} = 2 \end{cases}$	0.25 0.25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 + 4\sqrt{y-1} = 5 \\ 7 x+2 = 7 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-1} = 1 \\ x+2 = 1 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y-1 = 1 \\ x+2 = \pm 1 \end{cases}$ Nghiệm: (-1; 2), (-3; 2)	
		$2. x^2 + (3 - \sqrt{x^2 + 2})x = 1 + 2\sqrt{x^2 + 2}$	
		$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 1 = (x+2)\sqrt{x^2 + 2}$	0.25
		$\Leftrightarrow x^2 + 2 - (x+2)\sqrt{x^2 + 2} + 3(x-1) = 0$	0.25
		Đặt $t = \sqrt{x^2 + 2} \Rightarrow t \geq \sqrt{2}$	
		Phương trình trở thành $t^2 - (x+2)t + 3(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = x-1 \end{cases}$	0.25
		Suy ra $\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2} = 3 \\ \sqrt{x^2 + 2} = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{7} \\ \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$	0.25
4		Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2(m-1)x - 2m + 5$	
		$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$	
		Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 dương thì	
1.0 đ		$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 + 2 > 0 \\ 2(m-1) > 0 \\ 2m - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$	0.25
		Theo định lí Viét $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$	
		$ \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2 \Leftrightarrow (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 4$	0.25
		$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$	
		$\Leftrightarrow 2m - 2 - 2\sqrt{2m - 5} = 4$	
		$\Leftrightarrow \sqrt{2m - 5} = m - 3$	

		Gọi K là trung điểm của BC Tứ giác CDJK nội tiếp đường tròn đường kính KD (1) Do $IK \parallel MC$, $MC \perp BD \Rightarrow IK \perp BD$ Nên $\widehat{KID} = 90^\circ$ Do đó CDIK nội tiếp đường tròn đường kính KD (2) Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm C, D, J, I, K nằm trên đường tròn đường kính KD. $\Rightarrow \widehat{CIJ} = 90^\circ$ Hay $IJ \perp CI$.	0.25 0.25 0.25
--	--	--	-------------------------------------

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho tròn điểm của từng câu, từng bài.