

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$.

Rút gọn biểu thức P và tính giá trị của P khi $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

Bài 2. a) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+3} - \sqrt{5x+11} = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2 - y(\sqrt{x-1} + 1) + \sqrt{x-1} = 0 \\ (x-1)\sqrt{x-1} - 2\sqrt{2y} = 0 \end{cases}$

Bài 3. a) Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| = 2|x_2|$.

b) Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

c) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{z+x} = 6$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{3x+3y+2z} + \frac{1}{3y+3z+2x} + \frac{1}{3z+3x+2y}$

Bài 4. a) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 - xy + y^2 = 2x - 3y - 2$.

b) Chứng minh rằng $A = n^4 - 10n^2 + 9$ chia hết cho 384 với mọi số nguyên n lẻ.

Bài 5. 1) Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn (O) đường kính AB và nửa đường tròn (O') đường kính AO. Trên nửa đường tròn (O') lấy điểm M (M khác A, O), tia OM cắt nửa đường tròn (O) tại C. Gọi D là giao điểm thứ hai của CA với nửa đường tròn (O').

a) Chứng minh rằng tam giác ADM cân.

b) Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh rằng ba điểm A, M, N thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) có $\widehat{ACB} = 45^\circ$, $AB = a$. Đường tròn đường kính AB cắt AC và BC lần lượt tại M, N. Tính độ dài đoạn MN theo a.