

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
CHUYÊN

NĂM HỌC 2024- 2025

MÔN THI: TOÁN (Chuyên)

(Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời
gian phát đề)

Ngày thi: 31/ 05/2024

Bài 1. (1,5 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .

b) Tìm x để $|A| + A = 0$.

Bài 2. (1.0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 8x + 5m - 3 = 0$ (án lĩ x). Tìm m để phuoong trình co hai nghiệm x_1, x_2 thoà mann hê thức $2x_1 - 3x_2 = 1$.

Bai 3. (1.5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 - x^2y + 2x = -3y^2 + 4xy^2 - 3y \\ x^2 - y^2 = \frac{4}{5} \end{cases}$$

b) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 1} - 2\sqrt{x} = x^2 - 4x + 1$.

Bài 4. (0.5 điểm) Cho ba số thực x, y, z , thoả mẫ:
$$(x - y)(y - z)(z - x) \geq 2$$

Chung minh rằng, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2$.

Bài 5. (1.0 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương n và các số nguyên tố p , thoả mẫ:
$$n + 7p = (n - p)^3$$

Bà 6. (1.0 afiem) Cho tam giác ABC cân tại B, có $\angle ABC = 40^\circ$ và $AC = 1$. Trên caic canh BA, BC , tương ung. láy các điểm N, K , sao cho $AN \cdot CK = \frac{1}{4}$. Goi M là trung điểm của AC . Tính số đo của $\angle NMR$.

Bài 7. (2.5 điểm) Cho đường tròn (O) và dây cung AB không là đường kinh. GQi C là điểm chính giữa của cung lớn AB . Các tiếp tuyến tại A, B của (O) cần nhau tại M . Gọ D là hình chiếu vuông góc của B trên AC và E là trung điểm của BD . Tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm từ hai F .

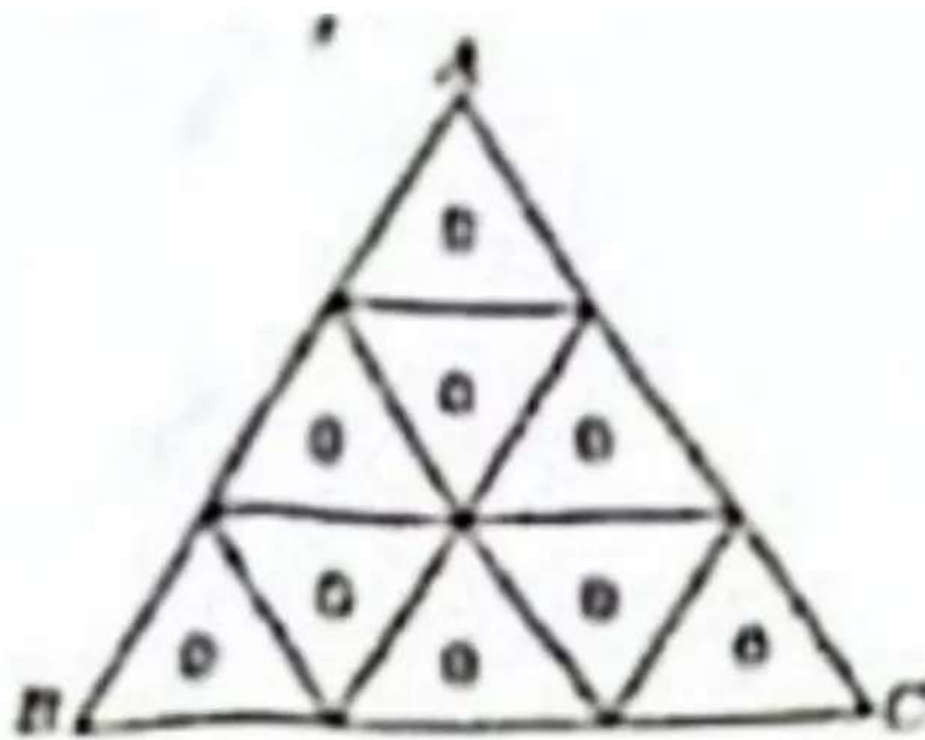
Gọi G là giao điểm của MC với AB .

a) Chứng minh rằng, bốn điểm B, E, F, G cùng nằm trên một đường tròn.

b) Tia MF cắt đường tròn (O) tại điểm từ hai M . Chứng minh rằng. AH là đường kính của đường tròn (O)

c) Goi t là trung điểm của đoạn thẳng MG . Chung minh rằng, ba điểm B, F, I thaing hàng.

Bài 8. (1.0 điểm) Chia tam giác đều ABC thành 9 tam giác con, rồi điền vào mỗi tam giác con một số 0, như ở hình dưới đây.



Cho phép thay đổi các số trong tam giác ABC , theo qui tắc: Mỗi lần, lấy hai số nằm ở hai tam giác con có chung cạnh, rồi tăng mỗi số lên 1 đơn vị, hoặc giảm mỗi số đi 1 đơn vị.

Hỏi nhờ việc thực hiện liên tiếp một số hữu hạn làm phép thay đổi số nói trên, ta có thể làm cho 9 số nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12, hay không? Vì sao?

-----Hết-----

Thi sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay, giám thị không giải thích gì thêm.

Ho tên thi sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN GIẢI

TỈNH KIÊN GIANG - NĂM HỌC 2024- 2025

Bài 1. (1.5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

a) (1.0 điểm) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .

b) (0.5 điểm) Tìm x $|A| + A = 0$.

Lời giải

a) Điều kiện xác định: $x > 0, x \geq 4$.

Với điều kiện đó, ta có:

$$A = \frac{x-3\sqrt{x}+4-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}$$

b) Vt

$$|A| + A = 0 \Leftrightarrow |A| = -A \Leftrightarrow A \leq 0$$

nên, theo kết quả ý a), ta có:

$$|A| + A = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 4 \\ \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 4 \\ \sqrt{x}-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 4$$

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 8x + 5m - 3 = 0$ (ẩn là x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2x_1 - 3x_2 = 1$.

Lời giải.

Theo định lí Viète (thuận và đảo), phương trình đảo cho có hai nghiệm khi và chỉ khi tồn tại hai số thực x_1, x_2 sao cho

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 x_2 = 5m - 3 \end{cases}$$

Vì vậy, số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán khi và chỉ khi m là số, sao cho tồn tại hai số thực x_1, x_2 thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 x_2 = 5m - 3 \# (*) \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 24 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 = 25 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Vì vậy, tồn tại x_1, x_2 thỏa mãn hệ (*) khi và chỉ khi

$$5.3 = 5m - 3, \text{ hay } m = \frac{18}{5}$$

Vậy, có duy nhất số m thỏa mãn yêu cầu đề bài, ta có: $m = \frac{18}{5}$.

Bình luận.

1 Bài đã ra là một bài tập có dạng truyền thống, thường gặp trong các đề thi tuyển sinh vào lớp 10 (chuyên và không chuyên) trên khắp toàn quốc, thuộc chủ đề "các ứng dụng của định lý vi-ét cho phương trình bậc hai". một cách khái quát, các bài tập dạng này được phát biểu như sau:

bài toán khái quát. Cho một phương trình bậc hai có chứa tham số. hãy tìm tất cả giá của tham số, sao cho phương trình đó có hai nghiệm(hoặc hai nghiệm phân biệt) x_1, x_2 Thỏa mãn ràng buộc

$P(x_1, x_2) = 0$ (**hoặc**, $P(x_1, x_2) \geq 0$) là một biểu thức của x_1, x_2 .

Theo quan sát của tôi (trên phạm vi toàn quốc), ở tuyệt đại đa số các bài toán thi tuyển sinh(TS) vào 10 dạng trên, biểu thức $P(x_1, x_2)$ đều được chọn là một biểu thức đối xứng đối với x_1, x_2 . vì thế, tính bất đối xứng của biểu thức $P(x_1, x_2)$ đối với x_1, x_2 ở bài 2 của đề thi tỉnh Kiên Giang năm nay, là một bằng chứng, cho thấy mong muốn của tổ soạn thảo đề thi, trong việc tránh vết mòn truyền thống trong các đề thi tuyển sinh vào 10

2. trong quá trình học tập, cũng như trong quá trình ôn luyện chuẩn bị thi vào 10(chuyên và không chuyên), Tất cả các học sinh lớp 9 đều được dạy quy trình giải các bài tập có dạng đã nêu ở bình luận 1 trên đây. đó là một quy trình gồm hai bước:

- Bước 1: dựa vào điều kiện cần và đủ để một phương trình bậc hai có nghiệm, hoặc có hai nghiệm phân biệt, để tìm ra điều kiện cần cho các giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài của tham số

- bước 2: sử dụng định lý vi-et cho phương trình bậc 2 để tự ràng buộc $P(x_1, x_2) = 0$ (**hoặc**, $P(x_1, x_2) \geq 0$), thu được một ràng buộc đối với tham số; từ đó, tìm ra trong các giá trị của tham số, thu được Ở bước 1, các giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài

Lời giải, được trình bày trên đây, là một lời giải, thu được nhờ vận hành quy trình nêu trên. tuy nhiên, để có thể vận hành trơn tru quy trình này và thu được lời giải đó, cần hiểu rõ nội dung và ý nghĩa của định lý vi-ét(Thuận và đảo) cho phương trình bậc hai, cũng như hiểu rõ ý tưởng của Bước 2 của quy trình

3. trường hợp chỉ hiểu các định lý vi-ét cho phương trình bậc hai một cách hình thức, và đồng thời, hiểu được ý tưởng của bước 2 ở quy trình trên, học sinh có thể giải bài đã ra, Theo cách sau lời giải hai

Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi:

$$\Delta' = 4^2 - 1 \cdot (5m - 3) = 19 - 5m \geq 0 \# (1)$$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow m \leq \frac{19}{5}$.

Xét các giá trị m thỏa mãn (2).

Khi đó, theo định lý Vi-et, Phương trình đã cho có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 x_2 = 5m - 3 \end{cases}$$

Vì thế, hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình đã cho sẽ thỏa mãn yêu cầu đề bài khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x_1 + x_1 = 8 \\ x_1 x_2 = 5m - 3 \quad (3) \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 24 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 = 25 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Do đó, ta có (3) khi và chỉ khi

$$5 \cdot 3 = 5m - 3, \text{ hay } m = \frac{18}{5}$$

Giá trị m vừa tìm được ở trên thỏa mãn (2).

4. Trường hợp chỉ hiểu các định lý vi-et cho phương trình bậc hai một cách hời hợt, hình thức, và đồng thời, không hiểu được ý tưởng của Bước 2 ở Quy trình, đã nêu ở bình luận 2, học sinh sẽ sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc 2, để giải bài đã ra. Lời giải chuẩn, theo hướng này, như sau:

lời giải ba

Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' = 4^2 - 1 \cdot (5m - 3) = 19 - 5m \geq 0 \quad (1)$$

Ta có: (1) $\Leftrightarrow m \leq \frac{19}{5}$.

Xét các giá trị m thỏa mãn (2).

Khi đó, phương trình đã cho có hai nghiệm là:

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{19 - 5m}$$

Xây ra hai trường hợp sau:

- Trường hợp I: $x_1 = 4 + \sqrt{19 - 5m}$ và $x_2 = 4 - \sqrt{19 - 5m}$.

Khi đó,

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 = 1 &\Leftrightarrow 2(4 + \sqrt{19 - 5m}) - 3(4 - \sqrt{19 - 5m}) = 1 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{19 - 5m} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{18}{5}. \end{aligned}$$

Giá Trị m vừa tìm được ở trên thỏa mãn(2) ; vì vậy, Nó là một giá trị Cần tìm theo yêu cầu đề bài.

- Trường hợp 2: $x_1 = 4 - \sqrt{19 - 5m}$ và $x_2 = 4 + \sqrt{19 - 5m}$.

Khi đó

$$2x_1 - 3x_2 = 1 \Leftrightarrow 2(4 - \sqrt{19 - 5m}) - 3(4 + \sqrt{19 - 5m}) = 1$$

Hiển nhiên, không có giá trị m nào thỏa mãn(3)

Vậy tóm lại có duy nhất số m thỏa mãn yêu cầu đề bài là; $m = \frac{18}{5}$.

5. Như vậy, nếu có học lực từ trung bình trở lên, tùy thuộc vào mức độ hiểu biết các kiến thức được học, liên quan đến phương trình bậc hai, thí sinh sẽ giải bài đã ra theo cách của lời giải 1, hay theo cách của lời giải 2, hay theo cách của lời giải 3. Ứng với các cách giải khác nhau là các khoảng thời gian cần tiêu tốn khác nhau.

Vì vậy, có thể thấy, Bài đã ra, không chỉ không theo “vết mòn truyền thống”, mà còn có khả năng phân loại tốt học lực của các học sinh dự thi

Bài 3

a). (0.5 điểm). Giải hệ phương trình::

$$\begin{cases} 2x^3 - x^2y + 2x = -3y^2 + 4xy^2 - 3y \\ x^2 - y^2 = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện xác định : $x, y \in \mathbb{R}$

Với điều kiện đó, kí hiệu (1) là phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \Leftrightarrow (2x^3 - 4x^2y + 2xy^2 + 2x) + (3y^3 - 6y^2 + 3x^2y + 3y) = 0 \\ & \Leftrightarrow 2x(x^2 - 2xy + y^2 + 1) + 3y(y^2 - 2xy + x^2 + 1) = 0 \\ & \Leftrightarrow (2x + 3y)((x - y)^2 + 1) = 0 \\ & \Leftrightarrow 2x + 3y = 0 \quad (v(x - y)^2 + 1 > 0 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Thế x ở (2) vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta được:

$$\frac{9}{4}y^2 - y^2 = \frac{4}{5} \quad \#(3)$$

Ta có:

$$(3) \Leftrightarrow \frac{5}{4}y^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow y = \pm \frac{4}{5} \quad \#(4)$$

Từ (2) và (4), ta được: $x = \mp \frac{6}{5}$.

Vì các cặp số $(x, y) = \left(-\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right)$ và $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ thỏa mãn điều kiện xác định đã nêu trên, nên tất cả các nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Bình luận

Bài đã ra làm một bài tập hợp thuộc loại chân Phương, cơ bản, giúp Phân loại các thí sinh có hiểu biết, có kỹ năng cơ bản trong việc phân tích một đa thức thành thừa số, trong việc giải hệ phương trình 2 ẩn, và những thí sinh không có ít nhất một trong các kỹ năng đó

Bài 3

b). (1.0 điểm). Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 1} - 2\sqrt{x} = x^2 - 4x + 1$.

Phân tích

Quan sát, tìm hiểu mối quan hệ giữa các biểu thức có mặt trong phương trình, dễ thấy:

$$\left(\sqrt{x^2 + 1}\right)^2 - (2\sqrt{x})^2 = x^2 - 4x + 1$$

Từ đó, ta có lời giải sau:

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x \geq 0$.

Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\sqrt{x^2+1}-2\sqrt{x}=\left(\sqrt{x^2+1}-2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x^2+1}+2\sqrt{x}\right)\#(2)$$

Ta có:

$$(2) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+1}-2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x^2+1}+2\sqrt{x}-1\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+1}=2\sqrt{x} \\ \sqrt{x^2+1}+2\sqrt{x}=1 \end{cases} \#(3)$$

Xét phương trình (3), ta có:

$$(3) \Leftrightarrow x^2+1=4x \Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{3}.$$

Cả hai giá trị x vừa nêu trên đều thỏa mãn (1), nên chúng là nghiệm của phương trình đã cho.

Xét phương trình (4)

Do $\sqrt{x^2+1}+2\sqrt{x}\geq\sqrt{x^2+1}\geq 1\forall x\geq 0$, nên từ điều kiện cần và đủ để xảy ra dấu "=" ở các bất đẳng thức vừa nêu,

ta được: (4) $\Leftrightarrow x=0$.

Vì giá trị $x=0$ thỏa mãn (1), nên nó là nghiệm của phương trình đã cho

Vậy, tóm lại, phương trình có tất cả 3 nghiệm là: $x=2\pm\sqrt{3}$ và $x=0$.

Bình luận

Bài đã ra là một bài tập tuy nhẹ nhàng, đơn giản, hình thức "không" hằm hố", nhưng kiểm tra được hiểu biết về phương pháp giải phương trình vô tỉ, và đồng thời, kiểm tra được một cách đa dạng các kỹ năng giải phương trình vô tỉ, của học sinh dự thi

Bài 4. (0.5 điểm). Cho ba số thực x, y, z , thỏa mãn:

$$(x-y)(y-z)(z-x)\geq 2$$

Chứng minh rằng. $x^2+y^2+z^2\geq 2$.

Phân tích

Tìm hiểu giả thiết, nhận thấy, ba thừa số của tích nằm ở vế trái của bất đẳng thức giả thiết có tính chất: tổng của hai thừa số bất kì là số đối của thừa số còn lại. Do đó với việc thuộc lòng bất đẳng thức kinh điển, cơ bản:

$$ab\leq\frac{(a+b)^2}{4}\forall a,b\in\mathbb{R}$$

Sẽ thấy, nếu trong ba thừa số ấy có một thừa số không âm, thì từ bất đẳng thức giả thiết sẽ thu được một đánh giá dạng "không nhỏ hơn" cho thừa số không âm đó; tức, sẽ thu được một đánh giá dạng "không nhỏ hơn" cho hiệu không âm trong ba hiệu: $x-y, y-z, z-x$.

Từ đó, với việc "thuộc lòng" bất đẳng thức kinh điển, cơ bản

$$a^2+b^2\geq\frac{(a+b)^2}{2}\forall a,b\in\mathbb{R}$$

sẽ thấy, có thể sử dụng đánh giá thu được cho hiệu không âm, trong ba hiệu $x-y, y-z, z-x$, để thu được đánh giá dạng "Không nhỏ hơn" cho tổng $x^2+y^2+z^2$.

Câu hỏi đặt ra: Tồn tại hay không hiệu không âm, trong ba hiệu $x-y, y-z, z-x$?

Lời giải.

Do tính đối xứng vòng quanh của các biểu thức nằm ở vế trái của các bất đẳng thức đã nêu ở đề bài, đối với x, y, z , nên không mất tổng quát, giả sử $x=\max\{x, y, z\}$.

Khi đó, $x\geq y$ suy ra $x-y\geq 0$. Do đó, từ giả thiết của bài ra, ta có:

$$2\leq(x-y)\cdot\frac{((y-z)+(z-x))^2}{4}=\frac{(x-y)^3}{4}$$

Suy ra, $x-y\geq 2$; vì vậy

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq x^2 + y^2 = x^2 + (-y)^2 \geq \frac{(x-y)^2}{2} \geq \frac{2^2}{2} = 2$$

Ta có điều phải chứng minh theo yêu cầu đề bài.

Bình luận.

1. Những điều đã nêu ở phần Phân tích, cùng Lời giải trình bày trên đây, cho thấy, bài đã ra là một bài toán dễ trong chủ đề bất đẳng thức. Để giải được bài toán này, thí sinh cần có hiểu biết, kiến thức, kỹ năng tối cơ bản về bất đẳng thức;
2. Trên các trang mạng Internet, cũng như trong các tài liệu tham khảo về bất đẳng thức, không hiếm các lập luận/dẫn dắt sai logic. Chẳng hạn, lập luận/dẫn dắt sau:

"Nhận thấy $B \geq C$, do đó, để chứng minh $A \geq C$, ta cần/sẽ chứng minh $A \geq B$."

(Lời bình: Chẳng có lẽ do $7 > 3$ nên để chứng minh $5 > 3$ ta cần/sẽ chứng minh $5 > 7$?

Nếu bị tiêm nhiễm kiểu nghĩ, kiểu suy luận vừa nêu trên, thí sinh chắc chắn sẽ "gác bút" trước bài đã ra, mặc dù, như đã nói ở trên, nó rất dễ! Bởi lẽ, nếu bị tiêm nhiễm kiểu nghĩ ấy, để giải bài đã ra, thí sinh sẽ toàn tâm toàn ý, cố gắng chứng minh

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq (x-y)(y-z)(z-x)$$

Với mọi x, y, z thỏa mãn $(x-y)(y-z)(z-x) \geq 2$.

Do bất đẳng thức vừa nêu trên là một bất đẳng thức sai (bạn có biết vì sao?), nên mọi cố gắng chứng minh nó đều chỉ là một sự phí phạm thời gian và sức lực!

3. Như vậy, tuy là một bài toán dễ, nhưng bài đã ra vẫn giúp phân loại các thí sinh có hiểu biết đúng đắn, lành mạnh về bất đẳng thức và các thí sinh có hiểu biết lệch lạc ở phần này.

Bài 5. (1,0 điểm). Tìm tất cả các số nguyên dương n và các số nguyên tố p , thỏa mãn:

$$n + 7p = (n - p)^3$$

Lời giải

Giả sử n là số nguyên dương và p là số nguyên tố thỏa mãn yêu cầu đề bài; khi đó,

$$n + 7p = (n - p)^3 \quad (1)$$

Từ (1) ta có:

$$8p = (n - p)^3 - (n - p) = (n - p - 1)(n - p)(n - p + 1) \quad (2)$$

Vì là tích của ba số nguyên liên tiếp, nên vế phải của (2) là một số chia hết cho 3. Do đó, $8p$ chia hết cho 3. Mà $(8, 3) = 1$, nên p chia hết cho 3. Suy ra, $p = 3$ (do p là số nguyên tố).

Thay $p = 3$ vào (2), ta được:

$$(n - 4)(n - 3)(n - 2) = 24 \quad (3)$$

Do 24 có duy nhất cách phân tích thành tích của ba số nguyên liên tiếp, là $24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$, nên từ (3) suy ra $n - 4 = 2$. Do đó, $n = 6$.

Ngược lại, bằng cách kiểm tra trực tiếp, dễ thấy, $n = 6$ và $p = 3$ thỏa mãn tất cả các yêu cầu của đề bài.

Vậy, tất cả các số n, p cần tìm theo yêu cầu đề bài là: $n = 6$ và $p = 3$.

Bình luận.

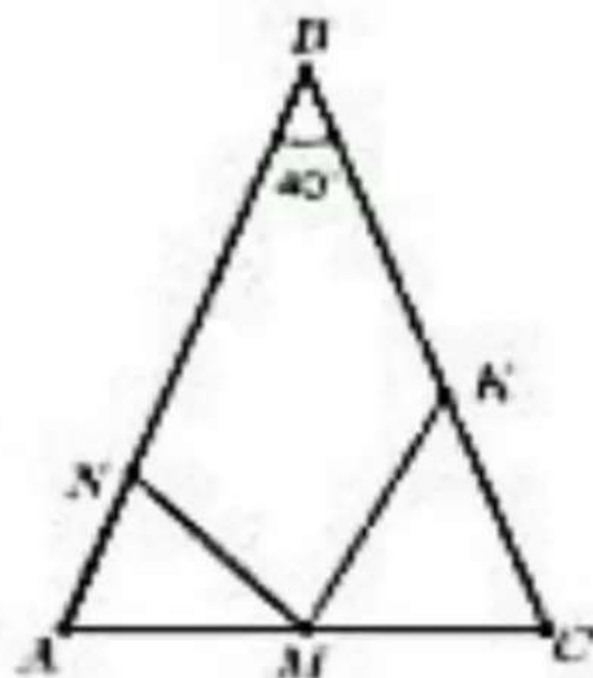
1. Bài đã ra là một bài tập nhẹ nhàng, đơn giản, chỉ đòi hỏi người giải bài có các kiến thức số học sơ đẳng.
2. Tuy nhẹ nhàng, đơn giản, nhưng bài đã ra không phải là một bài tập quá dễ. Để giải được bài tập này, người giải bài cần có tư duy số học tương đối cứng cáp, cần có hiểu biết vững vàng, thực chất các kiến thức số học cơ bản, và cần có kỹ năng vận dụng thành thạo các phương pháp giải phương trình nghiệm nguyên.
3. Bài đã ra, tuy đơn giản, nhưng không tầm thường, mà có ý tứ toán học khá rõ; đó là, vai trò, "công dụng" của tích các số nguyên liên tiếp trong giải phương trình nghiệm nguyên. Khai thác,

phát triển ý tứ này, có thể tạo ra được các phương trình nghiệm nguyên có cấu trúc toán học phức tạp hơn, đòi hỏi tư duy số học chín chắn hơn, sâu sắc hơn.

4. Theo đánh giá chủ quan của tôi, bài đã ra tương thích với mặt bằng chuyên môn hiện tại, ở phần số học, của đội ngũ học sinh khá, giỏi Toán cấp THCS tỉnh nhà.

Bài 6. (1,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại B . cứ $\angle ABC = 40^\circ$ và $AC = 1$. Trên các cạnh BA, BC , tương ứng, Lấy các điểm N, K , sao cho $AN \cdot CK = \frac{1}{4}$. Gọi M là trung điểm của AC . Tính số đo của $\angle VMK$.

Phân tích.



Nhận thấy

$$\angle NMK = 180^\circ - (\angle NMLA + \angle KMC)$$

và $\angle NMA, \angle NMC$, tương ứng, là góc của các tam giác AMN, CKM .

Cùng với đó, các giả thiết của bài toán cũng "đổ đốn" về các yếu tố cạnh, góc của hai tam giác vừa nêu trên (AN và CK , tương ứng, là cạnh của các tam giác AMN và CKM , cho số đo góc ở đỉnh của tam giác cân ABC cùng tức là cho số đo hai góc đáy NAM, MCK của tam giác đó)

Từ những điều dễ dàng nhận thấy nêu trên, việc tìm hiểu hai tam giác AMN và CKM , đặt từ đó tìm ra cách tính số đo của $\angle NMK$, là một lẽ tự nhiên.

Lời giải. (Xem hình vẽ ở phần Phân tích.)

Vì tam giác ABC cân tại B và $\angle ABC = 40^\circ$, nên

$$\angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ \quad (1)$$

Vì $AC = 1$ và M là trung điểm AC , nên

$$AM = CM = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Do đó, $AN \cdot CN = \frac{1}{4} = AM \cdot CM$. Suy ra, $\frac{AN}{AM} = \frac{CM}{CR}$.

Do (1) và (2). nên $\triangle AMN \sim \triangle CKM$. Suy ra, $\angle NMA = \angle MCK$. Vì vậy

$$\angle NMK = 180^\circ - (\angle NMA + \angle KMC) = 180^\circ - (\angle MKC + \angle KMC) = \angle KCM = \angle BCA = 70^\circ$$

Ta có điều cần tính theo yêu cầu đề bài.

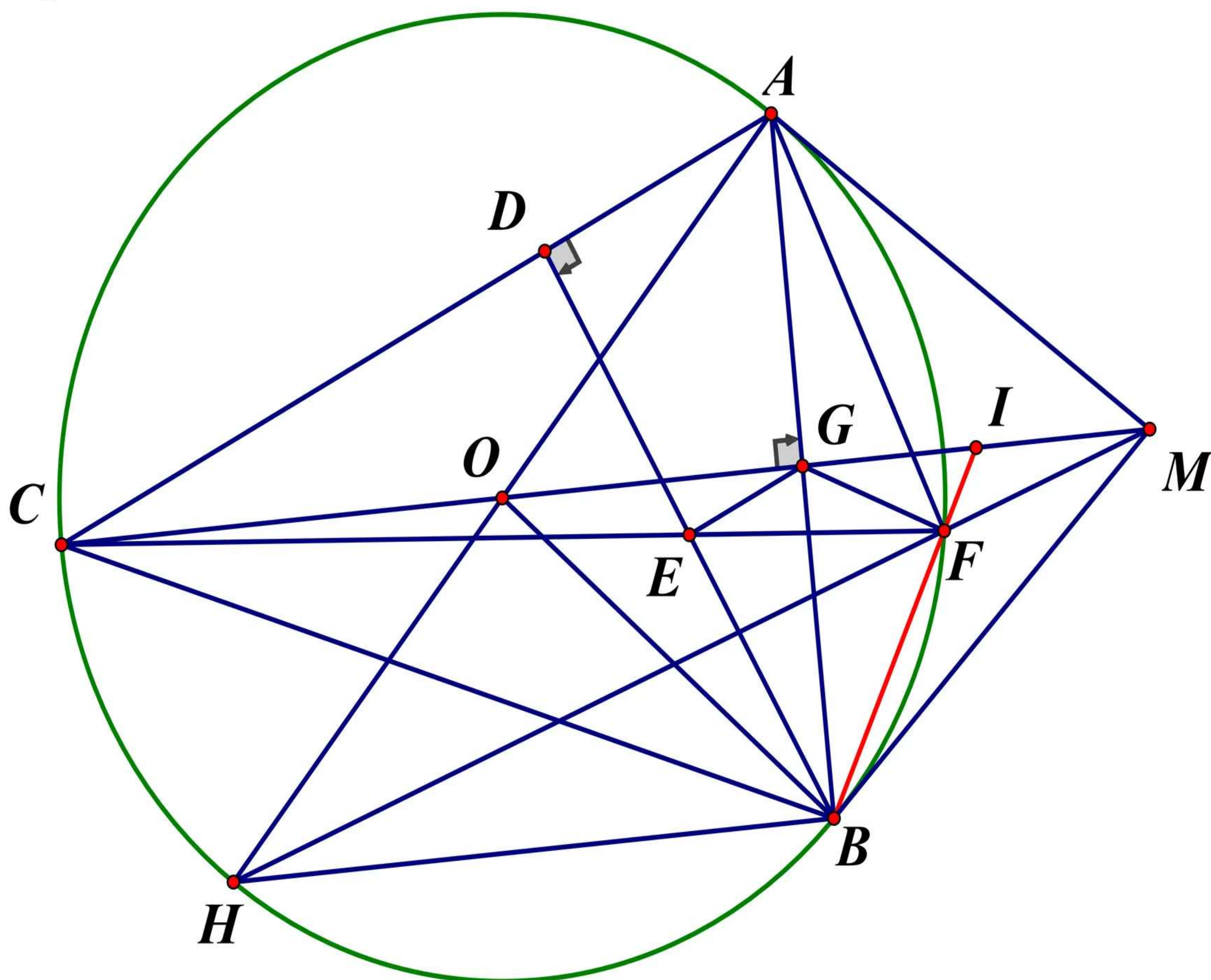
Bình luận.

Phân phân tích trên đây cho thấy, bài đã ra là một bài toán nhẹ nhàng, dễ chịu.

Tuy nhiên bài toán lại là một bài không thể giải được, đối với những thí sinh là "nô lệ" của hình vẽ, khi giải các bài tập hình học. Bởi lẽ, ở bài toán này, bạn chỉ có thể phác họa hình, tạo điều kiện cho các quan sát trực giác, trong quá trình suy xét tìm lời giải; bạn không thể vẽ được chính xác hình, một khi chưa giải được bài toán?

Bài 7. (2.5 điểm). Cho đường tròn (O) và dây cung AB không là đường kính. Gọi C là điểm chính giữa của cung lớn AB . Các tiếp tuyến tại A, B của (O) cắt nhau tại M . Gọi D Là hình chiếu

Lời giải



- a) Vì C là điểm chính giữa của cung AB , nên $CA = CB$. (1)
 Vì M là giao điểm của tiếp tuyến tại A và tiếp tuyến tại B , của (O) , nên $MA = MB$.
 (2)
 Từ (1) và (2), suy ra, MC là đường trung trực của AB .
 (3)
 Do đó, G là trung điểm của AB . Mà E là trung điểm của BD , nên EG là đường trung bình của tam giác DBA . Vì thế, $EG \parallel DA$.
 (4)
 Suy ra, $\angle CAB = \angle EGB$ (hai góc ở vị trí đồng vị).
 (5)

Vì cùng chắn cung BC của (O) , nên $\angle CAB = \angle CFB = \angle EFB$.

(6)

Từ (5) vì (6), suy ra $\angle EGB = \angle EFB$.

(7)

Do C thuộc cung lớn AB , và D nằm trong đoạn AC (vì $BD \perp AC$ và góc ABC là góc nhọn), nên G và F nằm cùng phía đối với DB . Vì thế, từ (7) suy ra, $EGFB$ là tứ giác nội tiếp; hay, bốn điểm E, G, F, B cùng nằm trên một đường tròn. Ta có điều phải chứng minh theo yêu cầu đề bài.

b) Từ (4), do $BD \perp DA$ (giả thiết), suy ra $BD \perp EG$. Vì thế, $\angle BEG = 90^\circ$; suy ra, BG là đường kính của đường tròn $(EGFB)$. Mà $MG \perp GB$ (do (3)), nên MG là tiếp tuyến tại G của đường tròn $(EGFB)$. Suy ra, $\angle MGF = \angle GBF$ (hai góc cùng chắn cung GF của đường tròn $(EGFB)$).

(8)

Vì cùng chắn cung AF của (O) , nên $\angle GBF = \angle ABF = \angle MF$.

(9)

Từ (8) vì (9), suy ra $\angle MGF = \angle ABF = \angle MAF$.

(10)

Do đó, $AGFM$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra

$$\angle BAF = \angle GAF = \angle GMF = \angle CMH \quad (11)$$

Vì cùng chắn cung BF của (O) , nên $\angle BAF = \angle BHF = \angle BHM$.

(12)

Từ (11) và (12), suy ra $\angle CMH = \angle BHM$. Do đó, $HB \parallel CM$. Mà $CM \perp AB$, nên $HB \perp AB$, hay $\angle ABH = 90^\circ$. Vì vậy, AH là đường kính của đường tròn (O) . Ta có điều phải chứng minh theo yêu cầu đề bài.

c) Từ (10) và (11), suy ra $\triangle AFB \sim \triangle MFG$ (g.g.). Mà G là trung điểm của AB và I là trung điểm của MG , nên $\triangle GFB \sim \triangle IFG$. Suy ra, $\angle BFG = \angle GFI$.

Vì BG là đường kính của đường tròn $(EGFB)$ (chứng minh trên), nên $\angle BFG = 90^\circ$.

Từ (13) và (14), suy ra $\angle BFG + \angle GFI = 180^\circ$.

Do đó, ba điểm B, F, I thẳng hàng. Ta có điều phải chứng minh theo yêu cầu đề bài.

Lưu ý: Trong lời giải của ý c) trên đây, chúng tôi đã sử dụng một kết quả rất cơ bản, liên quan đến sự đồng dạng của các tam giác. Kết quả này không được trình bày trong các sách giáo khoa phổ thông hiện hành, nhưng nằm trong nội dung bồi dưỡng, giảng dạy học sinh khá, giỏi toán của nhiều địa phương trên toàn quốc. Kết quả đó như sau:

Một tính chất cơ bản của các tam giác đồng dạng. Cho hai tam giác, ABC và $A'B'C'$, đồng dạng với nhau. Trên các cạnh $BC, B'C'$ tương ứng, lấy các điểm M, M' (M không trùng B, C , và M' không trùng B', C') sao cho

$$\frac{MB}{MC} = \frac{M'B'}{M'C'}$$

Khi đó, $\triangle ABM \sim \triangle A'B'M'$ và $\triangle BMC \sim \triangle B'M'C'$.

Chứng minh.

Do $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, nên với lưu ý $M \in BC$ và $M' \in B'C'$, ta có:

$$\angle ABM = \angle A'B'M', \angle ACM = \angle A'M'C' \quad \#(1)$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} \quad \#(2)$$

Từ giả thiết $\frac{MB}{MC} = \frac{M'B'}{M'C'}$, ta có:

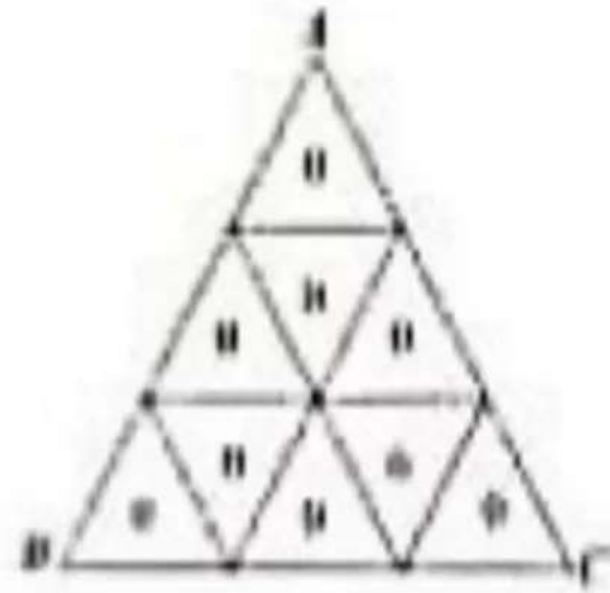
$$\frac{BM}{B'M'} = \frac{MC}{M'C'} = \frac{BM + MC}{B'M' + M'C'} = \frac{BC}{B'C'} \#(3)$$

Từ (2) và (3), ta được:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'}, \frac{CA}{C'A'} = \frac{MC}{M'C'} \#(4)$$

Từ (1) và (4), hiển nhiên suy ra, $\triangle ABM = \triangle A'B'M'$ (c.g.c) và $\triangle BMC \sim \triangle B'M'C'$ (c.g.c.).

Bài 8. (1.0 điểm). Chia tam giác đều ABC thành 9 tam giác con, rồi điền vào mỗi tam giác con một số 0 , như ở hình dưới đây.

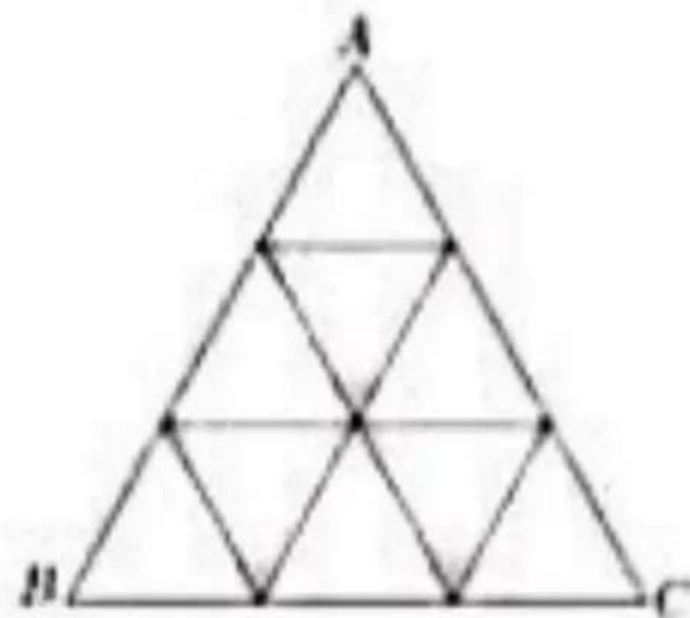


Cho phép thay đổi các số trong tam giác ABC , theo qui ước: Mỗi lần, lấy hai số nằm ở hai tam giác con có chung cạnh, rồi tăng mỗi số lên 1 đơn vị, hoặc giảm mỗi số đi 1 đơn vị.

Nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12 , hay không? Vì sao?

Lời giải.

Tô ba tam giác con bởi màu đen, như ở hình dưới đây; các tam giác con còn lại được coi là có màu trắng.



Khi đó, do hai tam giác con bất kì có cạnh chung là hai tam giác khác màu, nên từ nội dung của phép thay đổi số suy ra, hiệu giữa tổng các số nằm ở các tam giác đen và tổng các số nằm ở các tam giác trắng không thay đổi, sau mỗi lần thực hiện phép thay đổi số. Mà ở thời điểm ban đầu, trong các số nằm ở các tam giác đen bằng tổng các số nằm ở các tam giác trắng (vì cùng bằng 0), nên ở mọi thời điểm, tổng các số nằm ở các tam giác đen bằng tổng các số nằm ở các tam giác trắng (*)

Giả sử, sau khi thực hiện liên tiếp một số hữu hạn lần phép thay đổi đã cho, 9 số nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12. Khi đó, kí hiệu s là tổng các số nằm ở các tam giác đen, và l là tổng các số nằm ở tam giác trắng, theo (*), ta có

$$10+11+12 \geq s = l \geq 4+5+6+7+8+9$$

Là điều vô lí (vì $10+11+12=33$ và $4+5+6+7+8+9=39$).

Vì vậy, câu trả lời cho câu hỏi của bài ra là "không".

Bình luận.

Tôi sẽ viết riêng một bài viết riêng, để bình luận cho bài toán này.