

(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2023^2} + \frac{1}{2024^2}}$.

b) Cho $0 < x < 2$ thỏa mãn: $\frac{3(x^2 + 5x - 1)}{x^2 + x - 1} + 23 = \frac{24(x^2 + 3x - 1)}{x^2 + 2x - 1}$.

Tính giá trị của biểu thức: $T = (x^2 - x - 2)^{2024} + \frac{1}{(x^2 - x)^{2023}}$.

Câu 2 (4,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Cho điểm $A(1;3)$, parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là: $y = x^2$ và $y = ax + 3 - a$.a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của a đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Giả sử B và C là hai giao điểm của (d) và (P) . Tìm a để $AB = 2AC$.b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của B, C . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 6(x_1 + x_2)}.$$

Câu 3 (4,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = -49 \\ x^2 - 8xy + y^2 = 8y - 17x \end{cases}$$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố x và y thỏa mãn $x^4 + 11 = y^3$.**Câu 4** (6,0 điểm).Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng với A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .a) Chứng minh KA là đường phân giác trong của góc BKC .b) Chứng minh tứ giác $BHCK$ nội tiếp.c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .d) Chứng minh đường thẳng AK luôn đi qua một điểm cố định.**Câu 5** (2,0 điểm).a) Cho các số dương a, b . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{\sqrt{a^3 + 1} - 1} + \frac{2}{\sqrt{b^3 + 1} - 1} + \frac{ab}{4} - \frac{8}{a + b}.$$

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $\frac{a^2 + p}{ap^2 - 2}$ là số nguyên trong đó a là số nguyên dương.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

(HDC có 09 trang)

I. Một số chú ý khi chấm bài tự luận

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – thang điểm**Câu 1(4,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2023^2} + \frac{1}{2024^2}}.$

b) Cho $0 < x < 2$ thỏa mãn: $\frac{3(x^2 + 5x - 1)}{x^2 + x - 1} + 23 = \frac{24(x^2 + 3x - 1)}{x^2 + 2x - 1}.$ Tính giá trị của biểu

thức: $T = (x^2 - x - 2)^{2023} + \frac{1}{(x^2 - x)^{2024}}.$

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2023^2} + \frac{1}{2024^2}}$	2,0
$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{(n^2 + n + 1)^2}{n^2(n+1)^2}} = \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)} = \frac{n^2 + n + (n+1) - n}{n(n+1)} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$	1,0
$\Rightarrow P = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + 1 + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} = 2024 - \frac{1}{2024} = \frac{2024^2 - 1}{2024}$	0,5
Vậy $P = \frac{2024^2 - 1}{2024}.$	0,5
b) Cho $0 < x < 2$ thỏa mãn: $\frac{3(x^2 + 5x - 1)}{x^2 + x - 1} + 23 = \frac{24(x^2 + 3x - 1)}{x^2 + 2x - 1}$ Tính giá trị của biểu thức: $T = (x^2 - x - 2)^{2024} + \frac{1}{(x^2 - x)^{2023}}.$	2,0
Điều kiện $\begin{cases} x^2 + x - 1 \neq 0 \\ x^2 + 2x - 1 \neq 0 \end{cases}$	0,25
$\frac{3(x^2 + 5x - 1)}{x^2 + x - 1} + 23 = \frac{24(x^2 + 3x - 1)}{x^2 + 2x - 1} \Leftrightarrow \frac{3\left[\left(x - \frac{1}{x}\right) + 5\right]}{\left(x - \frac{1}{x}\right) + 1} + 23 = \frac{24\left[\left(x - \frac{1}{x}\right) + 3\right]}{\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2}$	0,5
Đặt $t = x - \frac{1}{x}$ có phương trình trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}.$	0,25

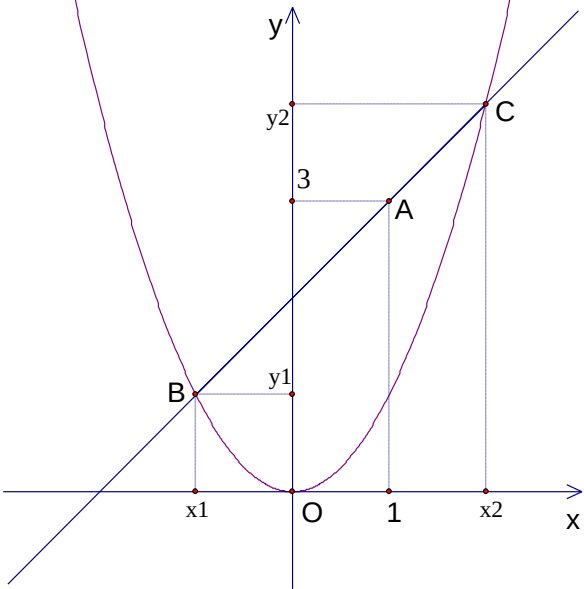
$\begin{cases} x - \frac{1}{x} = 1 \\ x - \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x = 1+\sqrt{2}; x = 1-\sqrt{2} \end{cases}$	0,5
Vì $0 < x < 2$ và đối chiếu điều kiện nên có được $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$	0,25
Vậy $T = (x^2 - x - 2)^{2024} + \frac{1}{(x^2 - x)^{2023}}$ $= (x^2 - x - 1 - 1)^{2024} + \frac{1}{(x^2 - x - 1 + 1)^{2023}} = (-1)^{2024} + \frac{1}{(1)^{2023}} = 2.$	0,25

Câu 2(4,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Cho điểm $A(1,3)$, parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là: $y = x^2$ (P) và $y = ax + 3 - a$ (d).

c) Chứng minh rằng với mọi giá trị của a đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Giả sử B và C là hai giao điểm của (d) và (P) . Tìm a để $AB = 2AC$.

d) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của B, C . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x_1+1)(x_2+1)}{x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2}$.

NỘI DUNG	ĐIỂM
	
a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Giả sử B và C là hai giao điểm của (d) và (P) . Tìm a biết rằng $AB = 2AC$.	2,0
Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = ax + 3 - a \Leftrightarrow x^2 - ax + a - 3 = 0 \quad (1)$	0,25
Ta có $\Delta = a^2 - 4(a - 3) = a^2 - 4a + 12 = (a - 2)^2 + 8 > 0$ với $\forall a$ Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.	0,25

Như vậy, phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) luôn có hai nghiệm phân biệt, tức là (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) và $B(x_1; y_1), C(x_2; y_2)$ thì $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 = (a - 3) - a + 1 = -2 < 0$	0,25
Vậy điểm A nằm giữa B và C . Do đó $AB = 2AC \Rightarrow (1 - x_1) = 2(x_2 - 1) \Leftrightarrow x_1 = 3 - 2x_2 \quad (2)$	0,25
Mặt khác $x_1 + x_2 = a$ kết hợp với (2) ta được $x_2 = 3 - a$ Thay vào phương trình (1) ta được: $(3 - a)^2 - a(3 - a) + a - 3 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 3 = 0$ Phương trình trên có nghiệm $a = 1, a = 3$. Vậy $a = 1$ hoặc $a = 3$.	0,5
b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của B, C . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 6(x_1 + x_2)}$.	2,0
$P = \frac{(x_1 + 1)(x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 6(x_1 + x_2)} = \frac{x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1}{(x_1 + x_2)^2 + 6(x_1 + x_2) - 2x_1x_2}$	0,25
Vì $\Delta > 0, \forall a$ nên theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1x_2 = a - 3 \end{cases}$ $\Rightarrow P = \frac{a - 3 + a + 1}{a^2 + 6a - 2(a - 3)} = \frac{2a - 2}{a^2 + 4a + 6}$	0,25
$\Rightarrow P(a^2 + 4a + 6) = 2a - 2 \Leftrightarrow Pa^2 + 2(2P - 1)a + 6P + 2 = 0 \quad (*)$	0,25
$+) P = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$	0,25
Coi $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn a, P là tham số. Khi đó: $\Delta' = (2P - 1)^2 - P(6P + 2) = -2P^2 - 6P + 1$ Để phương trình $(*)$ có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -2P^2 - 6P + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \leq P \leq \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}$	0,5
$P_{\min} = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{-(2P - 1)}{P} = 1 - \sqrt{11} (tm)$ $P_{\max} = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{-(2P - 1)}{P} = 1 + \sqrt{11} (tm)$	0,25
Vậy $P_{\min} = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow a = 1 - \sqrt{11}$ $P_{\max} = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow a = 1 + \sqrt{11}$	0,25

Câu 3(4,0 điểm).

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = -49 \\ x^2 - 8xy + y^2 = 8y - 17x \end{cases}$$

d) Tìm tất cả các số nguyên tố x và y thỏa mãn $x^4 + 11 = y^3$.

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = -49 \\ x^2 - 8xy + y^2 = 8y - 17x \end{cases}$	2,0
Phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^3 + 6xy^2 = -98 \\ 2x^2 - 16xy + 2y^2 = 16y - 34x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^3 + (x-y)^3 = -98 \\ -3(x+y)^2 + 5(x-y)^2 = -9(x+y) - 25(x-y) \end{cases}$	0,5
Đặt $u = x + y, v = x - y$, ta thu được hệ phương trình $\begin{cases} u^3 + v^3 = -98 \\ -3u^2 + 5v^2 = -9u - 25v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 - 27 = -(v^3 + 125) & (1) \\ -3u^2 + 9u = -5v^2 - 25v & (2) \end{cases}$ Cộng vế với vế phương trình (1) và 3 lần phương trình (2): $u^3 - 9u^2 + 27u - 27 = -(v^3 + 15v^2 + 75v + 125)$ $\Leftrightarrow (u-3)^3 = -(v+5)^3 \Leftrightarrow u-3 = -(v+5) \Leftrightarrow u = -v-2$	0,5
Thay $u = -v-2$ vào phương trình (2), ta được: $-3(-v-2)^2 + 9(-v-2) = -5v^2 - 25v$ $\Leftrightarrow 2v^2 + 4v - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 3 \\ v = -5 \end{cases}$	0,25
• Với $v = 3 \Rightarrow u = -5 \Rightarrow \begin{cases} x+y = -5 \\ x-y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases}$	0,25
• Với $v = -5 \Rightarrow u = 3 \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ x-y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}$	0,25
Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = \{(-1; -4); (-1; 4)\}$.	0,25
b) Tìm tất cả các số nguyên tố x và y thỏa mãn $x^4 + 11 = y^3$.	2,0
Ta xét hai trường hợp sau. Nếu x chia hết cho 3. Khi đó, $x = 3$ (do x là số nguyên tố). Ta suy ra $y^3 = 3^4 + 11 = 92 \Rightarrow y = \sqrt[3]{92} \notin \mathbb{Z}$ (không thỏa mãn).	0,5
Nếu x không chia hết cho 3. Khi đó, x^4 chia 3 dư 1, mà 11 chia 3 dư 2 nên $x^4 + 11$ chia hết cho 3.	0,5
Từ đó, ta suy ra y^3 chia hết cho 3 $\Rightarrow y$ chia hết cho 3. $\Rightarrow y = 3$ (do y là số nguyên tố).	0,5
$\Rightarrow x^4 = 3^3 - 11 = 16 \Rightarrow x = 2$ (do x là số nguyên tố).	0,25
Vậy $(x, y) = (2, 3)$.	0,25

Câu 4(6,0 điểm).

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau K (K không trùng với A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .

e) Chứng minh KA là đường phân giác trong của góc BKC .

f) Chứng minh tứ giác $BHCK$ nội tiếp.

- g) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .
- h) Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định.

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Chứng minh KA là đường phân giác trong của góc BKC .	1,0
Ta có: $\angle AKB = \angle AEB$ (do AEKB nội tiếp) Và $\angle ABE = \angle AEC$ (tính chất đối xứng) $\Rightarrow \angle AKB = \angle ABE$ (1)	0,25
$\angle AKC = \angle AFC$ (do AFKC nội tiếp) Và $\angle ACF = \angle AFC$ (tính chất đối xứng) $\Rightarrow \angle AKC = \angle ACF$ (2)	0,25
Mặt khác $\angle ABE = \angle ACF (=90^\circ - \angle BAC) \Rightarrow \angle AKB = \angle AKC$ (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra KA là đường phân giác trong của góc BKC (đpcm)	0,5
b) Chứng minh tứ giác BHCK nội tiếp.	2,0
Gọi P,Q lần lượt là giao điểm của BE với AC ,CF với AB . Vì $BC = R\sqrt{3} \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ \Rightarrow \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 60^\circ$	0,5
Trong tam giác vuông ABP có $\angle APB = 90^\circ, \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow \angle ABE = \angle ACF = 30^\circ$	0,5
Tứ giác APHQ có: $\angle AQH + \angle APH = 180^\circ \Rightarrow \angle PAQ + \angle PHQ = 180^\circ \Rightarrow \angle BHC = \angle PHQ = 120^\circ$	0,5
Ta có: $\angle AKC = \angle ABE = 30^\circ, \angle AKB = \angle ACF = \angle ABE = 30^\circ$ (Theo chứng minh phần a) Mà $\angle BKC = \angle AKC + \angle AKB = \angle AFC + \angle AEB = \angle ACF + \angle ABE = 60^\circ \Rightarrow \angle BHC + \angle BKC = 180^\circ$ $\Rightarrow$ BHCK nội tiếp.	0,5
c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác BHCK lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R.	2,0

Gọi (O') là đường tròn đi qua bốn điểm B, C, H, K . Ta có: $BC = R\sqrt{3}, BKC = 60^\circ = BAC$ $\Rightarrow$ Bán kính đường tròn (O') bằng bán kính đường tròn (O)	0,5
Gọi M là giao điểm AH và $BC \Rightarrow MH \perp BC$ Kẻ $KN \perp BC (N \in BC)$, gọi I là giao điểm HK và BC .	0,25
Ta có: $S_{BHCK} = S_{BHC} + S_{BCK} = \frac{1}{2} BC \cdot HM + \frac{1}{2} BC \cdot KN = \frac{1}{2} BC(HM + KN)$	0,25
$\Rightarrow S_{BHCK} \leq \frac{1}{2} BC(HI + KI) = \frac{1}{2} BC \cdot HK$ (do $HM \leq HI, KN \leq KI$)	0,25
Ta có: KH là dây cung $(O', R) \Rightarrow KH \leq 2R$ (không đổi) $\Rightarrow S_{BHCK} \max \Leftrightarrow KH = 2R, HM + KN = HK = 2R$	0,25
Giá trị lớn nhất $S_{BHCK} = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot 2R = R^2\sqrt{3}$	0,25
Khi HK là đường kính (O') thì M, I, N trùng nhau suy ra I là trung điểm BC nên $\triangle ABC$ cân tại A hay A là điểm chính giữa cung lớn BC .	0,25
d) Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định.	1,0
Ta có $BOC = 120^\circ$ và $BKC = 60^\circ$. Suy ra $BOC + BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BOCK$ nội tiếp.	0,5
Lại có $OB = OC = R$ suy ra $OB = OC$. Do đó, $BKO = CKO$ hay KO là đường phân giác của góc BKC .	0,25
Mà KA là đường phân giác của góc BKC theo phần (a) nên 3 điểm K, O, A thẳng hàng. Hay AK luôn đi qua điểm O cố định (điều phải chứng minh).	0,25

Câu 5(2,0 điểm).

c) Cho các số dương a, b . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{2}{\sqrt{a^3+1}-1} + \frac{2}{\sqrt{b^3+1}-1} + \frac{ab}{4} - \frac{8}{a+b}$$

d) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $\frac{a^2+p}{ap^2-2}$ là số nguyên trong đó a là số nguyên dương.

NỘI DUNG	ĐIỂM
a) Cho các số dương a, b . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{2}{\sqrt{a^3+1}-1} + \frac{2}{\sqrt{b^3+1}-1} + \frac{ab}{4} - \frac{8}{a+b}$	1,0
Ta có: $\sqrt{a^3+1} = \sqrt{(a+1)(a^2-a+1)} \leq \frac{a+1+a^2-a+1}{2} = \frac{a^2}{2} + 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a^3+1}-1} \geq \frac{2}{a^2}.$ Tương tự ta có: $\frac{1}{\sqrt{b^3+1}-1} \geq \frac{2}{b^2}.$	0,25
Suy ra	0,25

$P \geq 4\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) + \frac{ab}{4} - \frac{8}{a+b} \geq \frac{8}{ab} + \frac{ab}{4} - \frac{8}{a+b} = \left(\frac{4}{ab} + \frac{ab}{4}\right) + \frac{4}{ab} - \frac{8}{a+b}$	
$\geq 2 + \frac{16}{(a+b)^2} - \frac{8}{a+b} = 1 + \left(\frac{4}{a+b} - 1\right)^2 \geq 1$	0,25
Để thấy $P=1$ khi $a=b=2$. Vậy $\min P=1$.	0,25
b) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $\frac{a^2+p}{ap^2-2}$ là số nguyên trong đó a là số nguyên dương.	1,0
Xét $p=2 \Rightarrow \frac{a^2+2}{4a-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2+2:4a-2 \Rightarrow 16a^2+32:4a-2$ $\Rightarrow (4a-2)(4a+2)+36:4a-2 \Rightarrow 36:4a-2$ Do $4a-2 > 0$, là số chẵn và không chia hết cho 4 nên $4a-2 \in \{2;6;18\} \Rightarrow a \in \{1;2;5\}$ Thử lại: Với $p=2$ và $a=2$ thì $\frac{2^2+2}{2 \cdot 2^2-2} = 1 \in \mathbb{Z}(tm)$ Với $p=2$ và $a=1$ hoặc $a=5$ thì không thỏa mãn.	0,25
Xét $p=3 \Rightarrow \frac{a^2+3}{9a-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2+3:9a-2 \Rightarrow 81a^2+243:9a-2$ $\Rightarrow (9a-2)(9a+2)+247:9a-2 \Rightarrow 247:9a-2$ Do $247=13 \cdot 19$ nên 247 không có ước dạng $9a-2$. Trường hợp này vô nghiệm.	0,25
Xét $p \geq 5$, khi đó tồn tại số nguyên dương k sao cho $a^2+p=k(ap^2-2)$ $\Leftrightarrow a^2-kp^2a+2k+p=0$ (*) Coi (*) là phương trình bậc 2 ẩn a với p là tham số.	0,25
Ta có: $\Delta = (kp^2)^2 - 4(2k+p) < (kp^2)^2$ Lại có: $\Delta - (kp^2-1)^2 = -4(2k+p) + 2kp^2 - 1 = 2k(p^2-4) - 4p - 1$ $\geq 2(p^2-4) - 4p - 1 = 2p(p-2) - 9 > 0 \forall p \geq 5$ Suy ra $(kp^2-1)^2 < \Delta < (kp^2)^2 \Rightarrow \Delta$ không thể là số chính phương nên phương trình (*) không có nghiệm nguyên dương. Trường hợp này vô nghiệm. Vậy $p=2$ thỏa mãn bài toán.	0,25

_____ Hết _____