

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{1}{1 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

b) Tính giá trị của biểu thức $Q = \sqrt{28 + 12\sqrt{5}} + \sqrt{28 - 12\sqrt{5}} + 2\sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$.

Bài 2. a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2y - x} + \sqrt{3x + y} = 5 \\ 2\sqrt{2y - x} - 3\sqrt{3x + y} = -5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} = 2x^2 - 7x - 2$.

Bài 3. a) Cho các số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $x \geq 0; y \geq 0$ và $x + y = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x\sqrt{2023 + y} + y\sqrt{2023 + x}$.

b) Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn các điều kiện $a^{1012} - a - 1 = 0$ và $b^{2024} - b - 3a = 0$.
Hãy so sánh a và b .

Bài 4. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Gọi O là giao điểm của CM và PN , I là giao điểm của AO và BC , D là giao điểm của MI và AC , K là giao điểm của AI và MN .

a) Chứng minh rằng $MK = 2KN$.

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng AI, BD và MP đồng quy.

c) Trên tia đối của các tia BA, CA lần lượt lấy các điểm C', B' (với C' khác B, B' khác C). Gọi

F là giao điểm của BB' và CC' . Chứng minh rằng $\frac{FB}{FB'} + \frac{FC}{FC'} \geq 2\sqrt{\frac{AB \cdot AC}{AB' \cdot AC'}}$.

Bài 5. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho số $2^n + 9 \cdot 2^8$ là số chính phương.