

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn: **TOÁN (Chuyên)**

Ngày thi: 10/06/2021

Thời gian: 150 phút

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Chứng minh rằng $P \leq x + \frac{1}{4}$

Bài 2. 1) Cho phương trình $x^2 - (2m+3)x + 3m+1 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{2} = 0$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy = x + y \\ \frac{1}{x^2} + \frac{3}{y^2} = 1 \end{cases}$$

Bài 3. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại hai điểm A và B. Một tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc với (O_1) và (O_2) lần lượt tại M, N. Qua A kẻ đường thẳng song song với MN cắt đường tròn (O_1) và (O_2) lần lượt tại C, D (C, D khác A). Tia CM cắt tia DN tại E.

a) Chứng minh rằng MN là tia phân giác của $\widehat{EMA}$

b) Gọi I là giao điểm của AB và MN. Chứng minh rằng $IM^2 = IA \cdot IB$

c) Đường thẳng CD cắt BM và BN lần lượt tại P, Q. Chứng minh rằng A là trung điểm của PQ

d) Chứng minh rằng $EP = EQ$.

Bài 4. a) Chứng minh rằng nếu n là một số nguyên thì số $n^2 + 2022$ không là một lũy thừa của 3.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $p^2 + 3p + 2021$ cũng là một số nguyên tố.

Bài 5. a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $18abc = a + 2b + 3c$

Chứng minh rằng $(1+a^2)(1+4b^2)(1+9c^2) \geq 8$

b) Chứng minh một nhân viên thu ngân có thể trả lại đủ x nghìn đồng tiền thừa cho khách (với x là số nguyên và $x > 3$) bằng các tờ tiền mệnh giá 2000 đồng và 5000 đồng (không nhất thiết phải sử dụng cả hai loại tiền trên và giả thiết nhân viên này có đủ số tờ tiền ở cả hai mệnh giá)