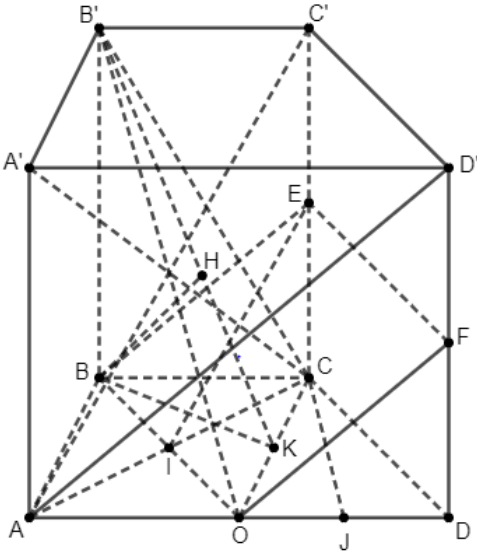


I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm - Mỗi đáp án đúng được 0,35 điểm)

Mã đề	Câu	Đáp án		Mã đề	Câu	Đáp án		Mã đề	Câu	Đáp án
121	1	B		122	1	D		123	1	C
121	2	B		122	2	B		123	2	B
121	3	B		122	3	C		123	3	A
121	4	C		122	4	C		123	4	C
121	5	D		122	5	A		123	5	A
121	6	C		122	6	B		123	6	B
121	7	C		122	7	D		123	7	A
121	8	A		122	8	D		123	8	D
121	9	D		122	9	C		123	9	B
121	10	B		122	10	D		123	10	D
121	11	D		122	11	D		123	11	D
121	12	D		122	12	A		123	12	A
121	13	A		122	13	A		123	13	A
121	14	D		122	14	D		123	14	A
121	15	C		122	15	A		123	15	D
121	16	A		122	16	B		123	16	D
121	17	B		122	17	B		123	17	A
121	18	B		122	18	A		123	18	C
121	19	A		122	19	B		123	19	D
121	20	B		122	20	D		123	20	B
121	21	D		122	21	C		123	21	C
121	22	C		122	22	B		123	22	D
121	23	A		122	23	A		123	23	C
121	24	B		122	24	D		123	24	C
121	25	B		122	25	C		123	25	A
121	26	D		122	26	D		123	26	A
121	27	B		122	27	A		123	27	B
121	28	D		122	28	B		123	28	A
121	29	D		122	29	A		123	29	C
121	30	C		122	30	C		123	30	D
121	31	A		122	31	A		123	31	B
121	32	A		122	32	B		123	32	B
121	33	A		122	33	C		123	33	D
121	34	C		122	34	C		123	34	C
121	35	C		122	35	D		123	35	B
121	36	A		122	36	C		123	36	B
121	37	A		122	37	B		123	37	C
121	38	D		122	38	C		123	38	B
121	39	C		122	39	B		123	39	C
121	40	C		122	40	A		123	40	D

II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx$.	2,00
(2,0 điểm)	$I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1 + \sqrt{x^3 + x}}{x\sqrt{x^3 + x}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x^3 + x}} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$	0,50
	Tính $A = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _1^2 = \ln 2$	0,50
	$B = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x^3 + x}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{\frac{x^3 + x}{x^2}}} dx = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2 \sqrt{x + \frac{1}{x}}} dx = \int_1^2 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\sqrt{x + \frac{1}{x}}} dx$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x + \frac{1}{x}} \Rightarrow t^2 = x + \frac{1}{x} \Rightarrow 2t dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{2}; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{5}}{2}$	0,25
	$B = \int_{\sqrt{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{1}{t} \cdot 2t dt = 2t \Big _{\sqrt{2}}^{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{10} - 2\sqrt{2}$	0,25
	$I = A + B = \ln 2 + \sqrt{10} - \sqrt{2}$	0,25
Câu 2	Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang cân, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .	3,00
		
a)	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C$.	1,50
(1,5 điểm)	Gọi O là trung điểm của AD $\Rightarrow ABCO, BCDO$ là các hình thoi cạnh a và ABO, BCO, CDO là các tam giác đều cạnh a	0,25
	Ta có $AB \parallel (B'CO) \Rightarrow d(AB, B'C) = d(AB, (B'CO)) = d(B, (B'CO))$ (1)	0,25
	Gọi K là trung điểm của $CO \Rightarrow BK \perp CO$ Kẻ $BH \perp B'K$ ($H \in B'K$) Có $CO \perp BK, CO \perp BB' \Rightarrow CO \perp (BB'K) \Rightarrow CO \perp BH$ mà $B'K \perp BH \Rightarrow BH \perp (B'CO) \Rightarrow d(B, (B'CO)) = BH$ (2)	0,25

	Có $(A'C, (ABCD)) = \widehat{A'CA} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 45^\circ$ $\Rightarrow$ tam giác $AA'C$ vuông cân tại $A \Rightarrow AA' = a\sqrt{3} \Rightarrow BB' = a\sqrt{3}$	0,25
	OBC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Xét tam giác vuông $BB'K$ có $BH \perp B'K$ nên: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ (3)	0,25
	Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow d(AB, B'C) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.	0,25
b)	Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Biết (P) chia khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện, hãy tính thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A.	1,50
(1,5 điểm)	Tính được $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$	0,25
	Có $BO \perp AC, CO \perp AA' \Rightarrow BO \perp A'C$ (1)	0,25
	Gọi I là tâm hình thoi $ABCO$, E và F lần lượt là trung điểm của CC' và DD' $\Rightarrow BEFO$ là hình bình hành Có $IE \parallel AC', AC' \perp A'C$ (do $\Rightarrow ACC'A'$ là hình vuông) $\Rightarrow IE \perp A'C$ (2) Từ (1), (2) $\Rightarrow (BEFO) \perp A'C \Rightarrow (BEFO)$ chính là mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với $A'C$	0,25
	(P) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện, gồm khối lăng trụ tam giác $BCE.ODF$ và khối đa diện có các đỉnh $A, B, E, F, O, A', B', C', D'$ (khối này chứa đỉnh A, có thể tích V cần tính)	0,25
	Gọi J là trung điểm của $OD \Rightarrow CJ \perp (ADD'A')$ và $CJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S_{ODF} = \frac{1}{4}S_{ADD'} = \frac{1}{8}S_{ADD'A'} = \frac{1}{8}a\sqrt{3} \cdot 2a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $\Rightarrow V_{BCE.ODF} = CJ \cdot S_{ODF} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}$	0,25
	Vậy thể tích cần tính là $V = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{BCE.ODF} = \frac{9a^3}{4} - \frac{3a^3}{8} = \frac{15a^3}{8}$.	0,25
Câu 3	Cho các số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} - \frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac + 1}}$	1,00
(1,0 điểm)	Ta có $\begin{cases} 2\sqrt{2ab} \leq 2a + b \\ \sqrt{8bc} = 2\sqrt{b \cdot 2c} \leq b + 2c \end{cases}$ (1) $\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2ab} + \sqrt{8bc}} \geq \frac{1}{2a + b + b + 2c} = \frac{1}{2(a + b + c)}$ (1*)	0,25
	Ta có $\frac{2}{\sqrt{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 4ac + 1}} = \frac{2}{\sqrt{2(a + c)^2 + 2b^2 + 1}}$ Mặt khác ta có $((a + c) + b)^2 = (1 \cdot (a + c) + 1 \cdot b)^2 \leq (1^2 + 1^2)((a + c)^2 + b^2)$	0,25

$\Rightarrow \sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} \geq (a+c)+b \quad (2)$ $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} + 1} \leq \frac{2}{(a+b+c)+1} \Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{2(a+c)^2 + 2b^2} + 1} \geq -\frac{2}{(a+b+c)+1}$ (2^*)													
Từ (1*) và (2*) ta được $P \geq \frac{1}{2(a+b+c)} - \frac{2}{(a+b+c)+1}$. + Đặt $t = a+b+c$, $t > 0$, ta có $P \geq \frac{1}{2t} - \frac{2}{t+1} = f(t)$, $t > 0$.	0,25												
Ta có $f'(t) = -\frac{1}{2t^2} + \frac{2}{(t+1)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t+1)^2 = 4t^2 \Leftrightarrow t = 1$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$, $t \in (0; +\infty)$ <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table> $\Rightarrow f(t) \geq f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow P \geq -\frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $t = 1$ và (1), (2) thỏa mãn $\Leftrightarrow \begin{cases} t = a+b+c = 1 \\ \frac{a+c}{1} = \frac{b}{1} \\ b = 2c, 2a = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$ Vậy $\min P = -\frac{1}{2}$ khi $a = c = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$.	t	0	1	$+\infty$	$f'(t)$		0	+	$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	0,25
t	0	1	$+\infty$										
$f'(t)$		0	+										
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	6,00												

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác vẫn đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Với bài toán hình học nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng.