

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ LỚP 9
NĂM HỌC 2023 - 2024

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút

Ngày thi: 19/03/2024

Bài 1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 2024$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (a+b+c) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right)$.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $2\sqrt{x+1} = 3x - 2$.

b) $x + 4 = 4x^2 + 2\sqrt{x+3}$

Bài 3. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$.

a) Chứng minh rằng $a^4 + 7 \geq 2(a+b)(a+c)$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{\frac{bc}{a^4+7}} + \sqrt{\frac{ca}{b^4+7}} + \sqrt{\frac{ab}{c^4+7}}$.

Bài 4. Cho hai phương trình $x^2 - bx + c = 0$ (1) và $x^2 - b^2x + c^2 = 0$ (2) với $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1) và $x_3; x_4$ là hai nghiệm của phương trình (2) thỏa mãn $x_3 - x_1 = x_4 - x_2 = 1$.

Tìm giá trị của b và c .

Bài 5. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Gọi A là một điểm trên cung lớn $\widehat{BC}$ và D là một điểm trên cung nhỏ $\widehat{BC}$ sao cho $DB = 2DC$.

a) Tính số đo của $\widehat{BAC}$.

b) Tính diện tích tam giác BCD theo R .

c) Gọi K là điểm trên AD sao cho $\widehat{CAD} = \widehat{ABK}$. Tìm vị trí của điểm A trên cung lớn $\widehat{BC}$ để diện tích tam giác ABK đạt giá trị lớn nhất.

Bài 6. a) Cho các số nguyên tố p, q thỏa mãn $(p+q)^2 + 3p + q$ là số chính phương. Tìm p, q .

b) Cho số n gọi là số “tốt nếu n thỏa mãn là hiệu của hai số chính phương.

Hỏi có bao nhiêu số “tốt” không vượt quá 2024.