

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 26/01/2024

(Đề thi có 01 trang, gồm 07 câu)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1 (3,5 điểm):

1. Chứng tỏ rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2m$ luôn có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó không phụ thuộc vào tham số m .

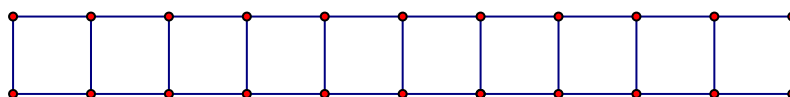
2. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_{2024} a = 4$; $\log_{\sqrt{a}} b = 3$; $\log_{c^2} \sqrt{b} = 2$. Tính giá trị của biểu thức $Q = \log_{2024} (\sqrt{ab^2c^4})$.

Câu 2 (4,0 điểm):

1. Giải phương trình $(\cos x + \sin x)(1 - \sin 2x) = \cos 2x$.

2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - mx$. Xác định giá trị của m để hàm số $y = f(x^2 - mx)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0 = 1$.

Câu 3 (2,0 điểm): Điền ngẫu nhiên 10 số tự nhiên đầu tiên 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào 10 ô vuông trong bảng ở hình vẽ bên dưới (mỗi ô vuông điền đúng một số).



Tính xác suất để ba ô vuông liên kề nhau bất kì có tổng ba số ghi trong ba ô vuông đó chia hết cho 3.

Câu 4 (2,0 điểm): Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân ở B với $AC = 2a$. Giả sử mặt phẳng (ABC') và mặt phẳng $(A'B'C)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

Câu 5 (4,0 điểm): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết $SA = SB = SC$, góc hợp bởi đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là 45° .

1. Gọi N là điểm trên cạnh SD . Tìm vị trí của điểm N để đường thẳng AN hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° .

2. Gọi M là trung điểm AB , G là trọng tâm tam giác ΔSCD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AG , CM theo a .

Câu 6 (3,0 điểm):

1. Cho dãy số (u_n) được xác định $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} + n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{2023} u_{2024}}$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (y+2)(\sqrt{2x+1}-1) = 2x \\ \sqrt{x^3-x+3} = x+y \end{cases}$$
.

Câu 7 (1,5 điểm): Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 1$ và $x + y + z = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$.

HẾT

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không được giải thích gì thêm.

ĐỀ THI DỰ BỊ

Môn: **TOÁN**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: **26/1/2024**

(Đề thi có 01 trang, gồm 07 câu)

Câu 1 (3,5 điểm):

- Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d_m): y = x + m$. Tìm m để (C) cắt (d_m) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$.
- Cho hai số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_a 2 = 3, \log_b \sqrt{a} = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_4(ab)$.

Câu 2 (4,0 điểm):

- Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$.

- Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2\cos 2x + 2m \cdot \sin x = 3m + 2$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 3 (2,0 điểm): Cho đa giác đều có $2n$ ($n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$) cạnh nội tiếp đường tròn tâm O . Biết số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ đỉnh của đa giác. Tính số đường chéo của đa giác đã cho.

Câu 4 (2,0 điểm): Cho tam giác OAB vuông cân tại O , có $OA = 4$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B) và gọi H là hình chiếu của M trên OA . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác OMH quanh OA .

Câu 5 (4,0 điểm): Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$, tam giác $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

- Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) .
- Gọi N là trung điểm cạnh SD . Tính số đo góc giữa đường thẳng NC và mặt phẳng (SAB) .

Câu 6 (3,0 điểm):

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6 \\ (1 + y^2)(2^x + 1) = 2^x + 4 \end{cases}$$
- Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2}, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{2024}^2$.

Câu 7 (1,5 điểm): Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{16 - a^3}{a} + \frac{16 - b^3}{b} + \frac{16 - c^3}{c}$$

----- Hết -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm.