

**Câu 1 (7,0 điểm).**

a) Cho phương trình:  $\sin x = (\cot x + 2\sqrt{3})\cos x$ .

Hỏi phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2020\pi)$ ?

b) Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = m \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}; m \text{ là tham số thực}).$$
 Tìm tất

cả các giá trị nguyên của  $m$  để hệ phương trình đã cho có nghiệm.

**Câu 2 (3,5 điểm).**

a) Một hộp đựng 30 quả cầu được đánh số là các số tự nhiên từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên đồng thời từ hộp ra 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu được chọn có các số ghi trên đó lập thành một cấp số cộng.

b) Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 3, u_{n+1} = u_n^2 - 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Chứng minh rằng:  $5(u_1 \cdot u_2 \cdots u_{n-1})^2 + 4$  là một số chính phương.

**Câu 3 (1,5 điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $2x + 4y + 7z = 2xyz$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y + z$ .

**Câu 4 (6,0 điểm).** Cho hình lăng trụ  $ABC.A_1B_1C_1$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $a$  và  $BA_1 = BB_1 = BC_1 = a\sqrt{3}$ .

a) Tính khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(ABB_1A_1)$ .

b) Gọi  $G_1, G_2, G_3$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABB_1, ACC_1, CBB_1$ . Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm  $G_1, G_2, G_3, A_1, B_1$  và  $C_1$ .

**Câu 5 (2,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = 1, SB = SC = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  thay đổi đi qua  $I$  lần lượt cắt các tia  $SA, SB, SC$  tại  $M, N, P$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{SM^2} + \frac{1}{SN^2} + \frac{1}{SP^2} \geq \frac{5}{8}$ .

..... **Hết** .....