

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
KIÊN GIANG NĂM HỌC 2024 – 2025

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề
Ngày thi: 31/05/2024

Bài 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A .

b) Tìm x để $|A| + A = 0$.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 8x + 5m - 3 = 0$ (ẩn là x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2x_1 - 3x_2 = 1$.

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 - x^2y + 2x = -3y^3 + 4xy^2 - 3y \\ x^2 - y^2 = \frac{4}{5} \end{cases}$$

b) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 1} - 2\sqrt{x} = x^2 - 4x + 1$.

Bài 4. (0,5 điểm) Cho ba số thực x, y, z , thỏa mãn:

$$(x - y)(y - z)(z - x) \geq 2.$$

Chứng minh rằng, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2$.

Bài 5. (1,0 điểm) Tìm tất cả các số nguyên dương n và các số nguyên tố p , thỏa mãn:

$$n + 7p = (n - p)^3.$$

Bài 6. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại B , có $\angle ABC = 40^\circ$ và $AC = 1$. Trên các cạnh BA, BC , tương ứng, lấy các điểm N, K , sao cho $AN \cdot CK = \frac{1}{4}$. Gọi M là trung điểm của AC . Tính số đo của $\angle NMK$.

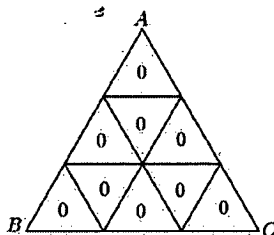
Bài 7. (2,5 điểm) Cho đường tròn (O) và dây cung AB không là đường kính. Gọi C là điểm chính giữa của cung lớn AB . Các tiếp tuyến tại A, B của (O) cắt nhau tại M . Gọi D là hình chiếu vuông góc của B trên AC và E là trung điểm của BD . Tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F . Gọi G là giao điểm của MC với AB .

a) Chứng minh rằng, bốn điểm B, E, F, G cùng nằm trên một đường tròn.

b) Tia MF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai H . Chứng minh rằng, AH là đường kính của đường tròn (O) .

c) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MG . Chứng minh rằng, ba điểm B, F, I thẳng hàng.

Bài 8. (1,0 điểm) Chia tam giác đều ABC thành 9 tam giác con, rồi điền vào mỗi tam giác con một số 0, như ở hình dưới đây.



Cho phép thay đổi các số trong tam giác ABC , theo qui tắc: Mỗi lần, lấy hai số nằm ở hai tam giác con có chung cạnh, rồi tăng mỗi số lên 1 đơn vị, hoặc giảm mỗi số đi 1 đơn vị.

Hỏi nhờ việc thực hiện liên tiếp một số hữu hạn lần phép thay đổi số nói trên, ta có thể làm cho 9 số nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12, hay không? Vì sao?

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay, giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM THI - ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: Toán (chuyên)

(gồm có 07 trang)

A. HƯỚNG DẪN CHUNG

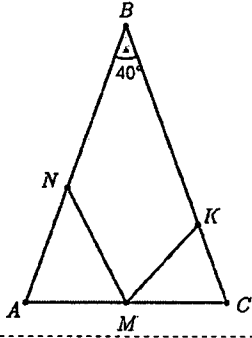
- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như trong hướng dẫn quy định;
- Việc chi tiết hoá (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm lệch hướng dẫn chấm;
- Sau khi cộng điểm toàn bài thi vẫn giữ nguyên số điểm, không được làm tròn.

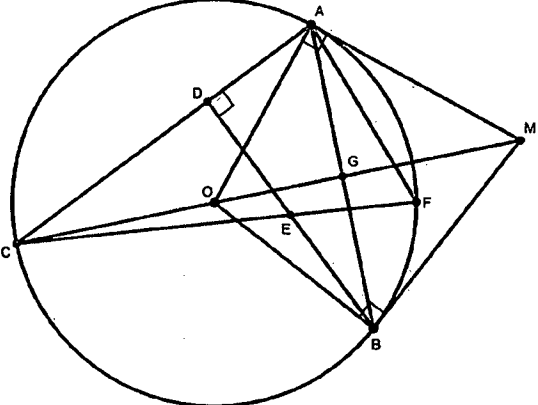
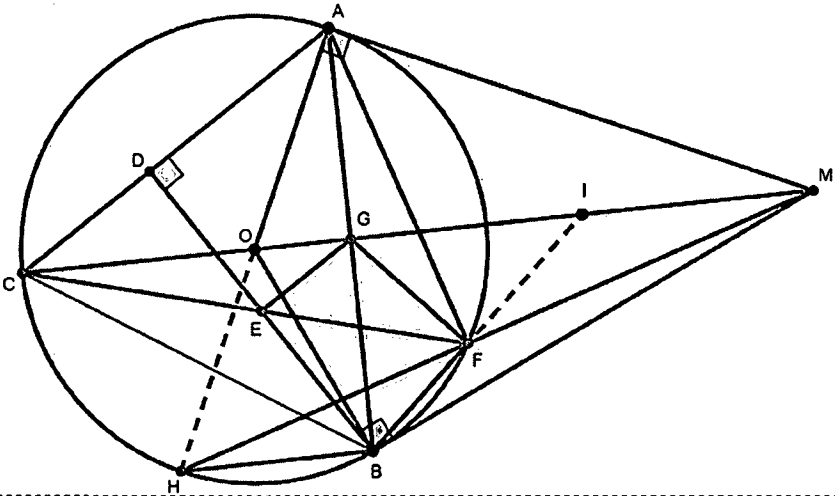
B. ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

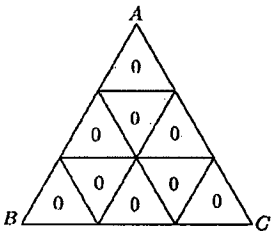
Bài	Nội dung	Biểu điểm
Bài 1. (1,5 điểm)	Cho biểu thức $A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$.	
	a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.	
	Điều kiện xác định: $x > 0; x \neq 4$.	0,25
	Ta có $A = \frac{x - 3\sqrt{x} + 4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 1}$	0,25
	$= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(2\sqrt{x} + 1)} = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(2\sqrt{x} + 1)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1}$.	0,25
	b) Tìm x để $ A + A = 0$.	
	Ta có: $ A + A = 0 \Leftrightarrow A = -A \Leftrightarrow A \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1} \leq 0$	0,25
$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 \leq 0$ (do $2\sqrt{x} + 1 > 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện). $\Leftrightarrow x \leq 4$. Kết hợp với điều kiện $x > 0; x \neq 4$, ta được $0 < x < 4$.	0,25	
Bài 2. (1,0 điểm)	Cho phương trình $x^2 - 8x + 5m - 3 = 0$ (ẩn là x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $2x_1 - 3x_2 = 1$.	
	Theo định lí Viet (thuận và đảo), số m thỏa mãn yêu cầu của bài toán khi và chỉ khi m là số sao cho tồn tại hai số thực x_1, x_2 thỏa mãn hệ:	0,5

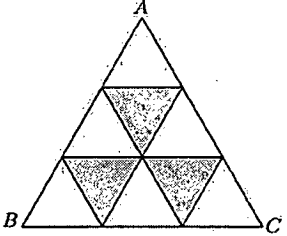
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 x_2 = 5m - 3 \quad (*) \\ 2x_1 - 3x_2 = 1. \end{cases}$	
	Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 24 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 = 25 \\ 2x_1 - 3x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3. \end{cases}$	0,25
	Do đó, tồn tại x_1, x_2 thỏa mãn hệ (*) khi và chỉ khi $5 \cdot 3 = 5m - 3, \text{ hay } m = \frac{18}{5}.$ Vì vậy, có duy nhất số m thỏa mãn yêu cầu đề bài, là $m = \frac{18}{5}$.	0,25
Bài 3. (1,5 điểm)	a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3 - x^2y + 2x = -3y^3 + 4xy^2 - 3y \\ x^2 - y^2 = \frac{4}{5}. \end{cases}$	
	Điều kiện xác định: $x, y \in \mathbb{R}$. Với điều kiện đó, kí hiệu (1) là phương trình thứ nhất của hệ đã cho, ta có: $\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (2x^3 - 4x^2y + 2xy^2 + 2x) + (3y^3 - 6xy^2 + 3x^2y + 3y) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x(x^2 - 2xy + y^2 + 1) + 3y(y^2 - 2xy + x^2 + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (2x + 3y)((x - y)^2 + 1) = 0 \end{aligned}$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x + 3y = 0 \quad (\text{vì } (x - y)^2 + 1 > 0 \quad \forall x, y \in \mathbb{R})$ $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}y. \quad (2)$ Thế x ở (2) vào phương trình thứ hai của hệ đã cho, ta được: $\frac{9}{4}y^2 - y^2 = \frac{4}{5}. \quad (3)$ Ta có: $(3) \Leftrightarrow \frac{5}{4}y^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow y = \pm \frac{4}{5}. \quad (4)$ Từ (2) và (4), ta được: $x = \mp \frac{6}{5}$. Vì các cặp số $(x, y) = \left(-\frac{6}{5}, \frac{4}{5}\right)$ và $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ thỏa mãn điều kiện xác định, nên chúng là tất cả các nghiệm của hệ phương trình đã cho.	0,25
	b) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 1} - 2\sqrt{x} = x^2 - 4x + 1.$	

	Điều kiện xác định: $x \geq 0$. (1) Với điều kiện đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình: $\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{x} = \left(\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x^2+1} + 2\sqrt{x}\right). \quad (2)$ Ta có: $(2) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x^2+1} + 2\sqrt{x} - 1\right) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+1} = 2\sqrt{x} & (3) \\ \sqrt{x^2+1} + 2\sqrt{x} = 1. & (4) \end{cases}$ Ta có: $(3) \Leftrightarrow x^2+1=4x \Leftrightarrow x=2 \pm \sqrt{3}$. Cả hai giá trị x vừa nêu trên đều thỏa mãn (1), nên chúng là nghiệm của phương trình đã cho.	0,25
	Xét phương trình (4). Do $\sqrt{x^2+1} + 2\sqrt{x} \geq \sqrt{x^2+1} \geq 1 \forall x \geq 0$ nên từ điều kiện cần và đủ để xảy ra dấu “=” ở các bất đẳng thức vừa nêu, ta được: $(4) \Leftrightarrow x = 0$. Vì giá trị $x = 0$ thỏa mãn (1), nên nó là nghiệm của phương trình đã cho. Vậy, tóm lại, phương trình đã cho có tất cả ba nghiệm, là: $x = 2 \pm \sqrt{3} \text{ và } x = 0.$	0,25
Bài 4. (0,5 điểm)	Cho ba số thực x, y, z, thỏa mãn: $(x - y)(y - z)(z - x) \geq 2.$ Chứng minh rằng, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 2$.	
	Do tính đối xứng vòng quanh của các biểu thức nằm ở vế trái của các bất đẳng thức đã nêu ở đề bài, đối với x, y, z, nên không mất tổng quát, giả sử $x = \max\{x, y, z\}$. Khi đó, $x \geq y$ suy ra $x - y \geq 0$. Do đó, từ giả thiết của bài ra, ta có: $2 \leq (x - y) \frac{((y - z) + (z - x))^2}{4} = \frac{(x - y)^3}{4}.$	0,25
	Suy ra, $x - y \geq 2$; vì vậy $x^2 + y^2 + z^2 \geq x^2 + (-y)^2 \geq \frac{(x - y)^2}{2} \geq \frac{2^2}{2} = 2.$ Ta có điều phải chứng minh theo yêu cầu đề bài.	0,25
Bài 5. (1,0 điểm)	Tìm tất cả các số nguyên dương n và các số nguyên tố p, thỏa mãn: $n + 7p = (n - p)^3.$	
	Giả sử n là số nguyên dương và p là số nguyên tố thỏa mãn yêu cầu đề bài; nghĩa là $n + 7p = (n - p)^3. \quad (1)$ Từ (1) suy ra $n > p$, và	0,25

	$8p = (n - p)^3 - (n - p) = (n - p - 1)(n - p)(n - p + 1). \quad (2)$	
	Vì là tích của ba số nguyên liên tiếp, nên vế phải của (2) là một số chia hết cho 3. Do đó, $8p$ chia hết cho 3. Mà $(8, 3) = 1$, nên p chia hết cho 3. Suy ra, $p = 3$ (do p là số nguyên tố).	0,25
	Thay $p = 3$ vào (2), ta được: $(n - 4)(n - 3)(n - 2) = 24. \quad (3)$ Do 24 có duy nhất cách phân tích thành tích của ba số nguyên dương liên tiếp, là $24 = 2.3.4$, nên từ (3) suy ra $n - 4 = 2.$ Do đó, $n = 6$.	0,25
	Ngược lại, bằng cách kiểm tra trực tiếp, dễ thấy, $n = 6$ và $p = 3$ thỏa mãn tất cả các yêu cầu của đề bài. Vậy, tất cả các số n, p cần tìm theo yêu cầu đề bài là: $n = 6$ và $p = 3$.	0,25
Bài 6. (1,0 điểm)	Cho tam giác ABC cân tại B, có $\angle ABC = 40^\circ$ và $AC = 1$. Trên các cạnh BA, BC, tương ứng, lấy các điểm N, K, sao cho $AN \cdot CK = \frac{1}{4}$. Gọi M là trung điểm của AC. Tính số đo của $\angle NMK$.	
	 Vì tam giác ABC cân tại B và $\angle ABC = 40^\circ$, nên $\angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ. \quad (1)$ Vì $AC = 1$ và M là trung điểm AC, nên $AM = CM = \frac{1}{2}.$	0,25
	Do đó, $AN \cdot CK = \frac{1}{4} \Leftrightarrow AN \cdot CK = AM \cdot CM$. Vì thế, $\frac{AN}{AM} = \frac{CM}{CK}.$ (2) Từ (1) và (2) suy ra, $\triangle NAM \sim \triangle MCK$. Do đó, $\angle NMA = \angle MKC$.	0,5
	Vì vậy $\begin{aligned} \angle NMK &= 180^\circ - (\angle NMA + \angle KMC) = 180^\circ - (\angle MKC + \angle KMC) \\ &= \angle KCM = \angle BCA = 70^\circ. \end{aligned}$ Ta có điều cần tính theo yêu cầu đề bài.	0,25
Bài 7. (2,5 điểm)	Cho đường tròn (O) và dây cung AB không là đường kính. Gọi C là điểm chính giữa của cung lớn AB. Các tiếp tuyến tại A, B của (O) cắt nhau tại M. Gọi D là hình chiếu vuông góc của B trên AC và E là trung điểm của BD. Tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Gọi G là giao điểm của MC với AB.	

		0,25
	a) Chứng minh rằng, bốn điểm B, E, F, G cùng nằm trên một đường tròn.	
	Ta có: $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $CA = CB$ (do C là điểm chính giữa của cung AB) Suy ra CM là đường trung trực của AB. Hay CM đi qua trung điểm G của AB và $CM \perp AB$. (1)	0,25
	Lại có E là trung điểm của DB nên GE là đường trung bình của tam giác ABD. Suy ra, $GE \parallel AD$. (2) Do đó, $\widehat{EGB} = \widehat{CAB}$ (hai góc đồng vị).	0,25
	Mà $\widehat{CAB} = \widehat{CFB}$ (cùng chắn cung BC), nên $\widehat{EGB} = \widehat{EFB}$. Do đó, $BEGF$ là tứ giác nội tiếp, hay bốn điểm B, E, F, G cùng nằm trên một đường tròn. (3)	0,25
	b) Tia MF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai H. Chứng minh rằng, AH là đường kính của đường tròn (O).	
		
	Do (2) và $BD \perp AC$, nên $GE \perp BD$. Kết hợp với (3), suy ra GB là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BEGF$. (4)	0,25

	Từ (1) và (4), suy ra MC là tiếp tuyến tại G của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BEGF$. Do đó, $\widehat{MGF} = \widehat{GBF}$ (cùng chắn cung GF). Mà $\widehat{GBF} = \widehat{ACF} = \widehat{MAF}$, nên $\widehat{MGF} = \widehat{MAF}$. Vì thế, $MAGF$ là tứ giác nội tiếp.	0,5
	Suy ra, $\widehat{GMF} = \widehat{GAF}$. Mà $\widehat{GAF} = \widehat{BHF}$, nên $\widehat{BHF} = \widehat{GMF}$. Do đó, $HB \parallel CM$. (5) Từ (1) và (5), suy ra $AB \perp BH$. Vì thế, AH là đường kính của đường tròn (O). c) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MG. Chứng minh rằng, ba điểm B, F, I thẳng hàng. Gọi K là giao điểm của BF và MG GF là đường cao của tam giác vuông (tại G) KGB nên $KG^2 = KF \cdot KB. \quad (6)$ Do $\widehat{KBM} = \widehat{BAF}$ (cùng chắn cung BF) và $\widehat{BAF} = \widehat{KMF}$ (do tứ giác $MAGF$ nội tiếp), nên $\widehat{KBM} = \widehat{KMF}$. Suy ra, $\triangle KBM \sim \triangle KMF$; do đó, $\frac{KM}{KF} = \frac{KB}{KM}$. Vì thế $KM^2 = KF \cdot KB. \quad (7)$ Từ (6) và (7), suy ra $KG = KM$; do đó, K là trung điểm của MG. Vì vậy, $K \equiv I$. Vậy, ba điểm B, F, I thẳng hàng.	0,25
Bài 8. (1,0 điểm)	Chia tam giác đều ABC thành 9 tam giác con, rồi điền vào mỗi tam giác con một số 0, như ở hình dưới đây.  Cho phép thay đổi các số trong tam giác ABC, theo qui tắc: Mỗi lần, lấy hai số nằm ở hai tam giác con có chung cạnh, rồi tăng mỗi số lên 1 đơn vị, hoặc giảm mỗi số đi 1 đơn vị. Hỏi nhờ việc thực hiện liên tiếp một số hữu hạn lần phép thay đổi số nói trên, ta có thể làm cho 9 số nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12, hay không? Vì sao?	0,25

	Tô ba tam giác con bởi màu đen, như ở hình dưới đây; các tam giác con còn lại được coi là có màu trắng.  Khi đó, do hai tam giác con bất kì có cạnh chung là hai tam giác khác màu, nên từ nội dung của phép thay đổi số suy ra, hiệu giữa tổng các số nằm ở các tam giác đen và tổng các số nằm ở các tam giác trắng không thay đổi, sau mỗi lần thực hiện phép thay đổi số. Mà ở thời điểm ban đầu, tổng các số nằm ở các tam giác đen bằng tổng các số nằm ở các tam giác trắng (vì cùng bằng 0), nên ở mọi thời điểm, tổng các số nằm ở các tam giác đen bằng tổng các số nằm ở các tam giác trắng. (*)	0,5
	Giả sử, sau khi thực hiện liên tiếp một số hữu hạn lần phép thay đổi số đã cho, 9 số nằm trong tam giác ABC là 9 số tự nhiên liên tiếp, từ 4 đến 12. Khi đó, kí hiệu s là tổng các số nằm ở các tam giác đen, và t là tổng các số nằm ở các tam giác trắng, theo (*), ta có: $10 + 11 + 12 \geq s = t \geq 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9,$ là điều vô lí (vì $10 + 11 + 12 = 33$ và $4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$). Vì vậy, câu trả lời cho câu hỏi của bài ra là “<i>không</i>”.	0,5

-----HẾT-----