

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán - Lớp 9

(Thời gian làm bài 150 phút, không kể phát đề)

Đề thi này có 02 trang

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 2021} \right) \times \left(\frac{x-1}{x-2022\sqrt{x}+2021} + \frac{\sqrt{x}+2021}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{2021-\sqrt{x}} \right)$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị của x để $P = 2024$.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Cho $n = \underbrace{11\dots1}_{2021} \underbrace{22\dots2}_{2022} 5$ (số n gồm có 2021 chữ số 1, 2022 chữ số 2 và 1 chữ số 5 ở hàng đơn vị). Chứng minh rằng n là một số chính phương.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 10x^2 + 4y^2 + 16x - 12y - 12xy + 2031$.

Bài 3: (4,0 điểm)

a) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 1 = 0$. Tìm m để biểu thức $P = \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Nhân dịp tết Nguyên đán Tân Sửu. Một nhà phân phối bánh kẹo đã chuẩn bị một số giỏ quà để tặng cho các cửa hàng. Tất cả các giỏ quà được đưa vào kho chứa hàng và họ dự định sẽ gửi tất cả giỏ quà đi trong 4 ngày. Ngày thứ nhất, họ vào kho và lấy ra $\frac{1}{7}$ số giỏ quà, sau đó để lại 3 giỏ. Ngày thứ hai, họ tiếp tục vào kho và lấy ra $\frac{1}{3}$ số giỏ quà, đồng thời lấy thêm 4 giỏ nữa. Ngày thứ ba, họ lấy ra $\frac{1}{2}$ số giỏ quà từ kho hàng và lấy thêm 1 giỏ quà nữa. Cuối cùng còn lại 42 giỏ quà. Hỏi trong mỗi ngày, họ đã lấy ra bao nhiêu giỏ quà?

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC . Dựng ba tam giác cân ABP, ACQ, BCR lần lượt có AB, AC, BC là cạnh đáy; $\widehat{PAB} = \widehat{ACQ} = \widehat{BCR}$; hai tam giác ABP, ACQ nằm về phía ngoài tam giác ABC ; tam giác BCR nằm trên cùng nửa mặt phẳng có bờ chứa cạnh BC với tam giác ABC .

a) Chứng minh ba tam giác sau đồng dạng với nhau: $\triangle ABC, \triangle PBR, \triangle QRC$.

b) Một đường thẳng đi qua điểm P và cắt AR, RQ, AQ theo thứ tự tại E, K, G .

Chứng minh $EP^2 = EK.EG$.

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Qua M lần lượt vẽ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MDC ($MD < MC$) với đường tròn $(O; R)$, sao cho ABC là tam giác nhọn.

a) Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với OM , cắt các tia MA, MB lần lượt tại I, J . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MIJ theo R .

b) Gọi E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ A và B của tam giác ABC . Qua M kẻ đường thẳng d song song với EF , d cắt các tia CA, CB lần lượt tại K, L . Chứng minh bốn điểm A, B, L, K cùng nằm trên một đường tròn và trung điểm N của EF nằm trên MC .

--- HẾT ---

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của Giám thị 1: Chữ ký của Giám thị 2: