

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$

b) Cho đa thức $f(x) = (x^3 - 3x + 1986)^{2021}$ và $a = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$. Tính $f(a)$

Bài 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x}{x+1} + \frac{2y+1}{y+1} = 4 \\ \frac{x}{x+1} + \frac{3y}{y+1} = -1 \end{cases}$$

Bài 3. a) Cho a, b, c là các không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$
 Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \leq 2(a + b + c)$

b) Cho $x, y > 1$ thỏa mãn $x + y \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{x^4}{(y-1)^3} + \frac{y^4}{(x-1)^3}$

Bài 4. Cho số nguyên tố $p \geq 5$ sao cho $2p+1$ cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng $p+1$ chia hết cho 6 và $2p^2+1$ không phải là số nguyên tố.

Bài 5. Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O; R), đường kính AI. Gọi M là điểm tùy ý trên cung nhỏ AC, vẽ tia Mx là tia đối của tia MC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho MD = MC.

a) Chứng minh rằng MA là tia phân giác của $\widehat{BMx}$

b) Gọi K là giao điểm thứ hai của DC với đường tròn (O). Tứ giác MIKD là hình gì?

c) Gọi N là giao điểm thứ hai của AD với đường tròn (O), P là giao điểm thứ hai của phân giác

$\widehat{IBN}$ với đường tròn (O). Chứng minh rằng đường thẳng DP luôn đi qua một điểm cố định khi M di chuyển trên cung nhỏ AC.