

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8 điểm)

Câu 1: Biết $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$. Giá trị $a - b$ bằng

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ D. -2

Câu 2: Cho $a = \sqrt[3]{13-7\sqrt{6}} + \sqrt[3]{13+7\sqrt{6}}$. Giá trị $(a^3 + 15a - 25)^{2024}$ bằng

- A. 5 B. 1 C. 0 D. 2^{2024}

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = (2m+1)x + m - 3$. Gọi m_0 là giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < m_0 < 1$ B. $-1 < m_0 < 1$ C. $1 < m_0 < 2$ D. $2 < m_0 < 3$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): y = mx + 5$ ($m \neq 0$) và $(d_2): y = -\frac{1}{m}x + 5$ ($m \neq 0$). Gọi a là giao điểm của d_1 và d_2 ; B và C lần lượt là giao điểm của đường thẳng d_1 và d_2 với trục hoành. Giá trị nhỏ nhất của diện tích ABC bằng

- A. 1 B. 9 C. 25 D. 16

Câu 5: Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B bằng

- A. 15km/h B. 9km/h C. 10km/h D. 12km/h

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$. Trên (P) lấy hai điểm A, B lần lượt có hoành độ là -1 và 3. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. 16 B. 6 C. 8 D. 12

Câu 7: Cho phương trình $x^2 - 2mx - m - 4 = 0$ với m tham số. Biết rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\frac{1}{x_1^2 + x_2^2}$ đạt giá trị lớn nhất thì $m = \frac{-a}{b}$, $(a, b \in \mathbb{Z}^+, (a, b) = 1)$. Tổng $4a + b$ bằng

- A. 8 B. 5 C. 0 D. 4

Câu 8: Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(2m-3)x - 5m = 25 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm là số hữu tỉ?

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3$, $AC = 4$. Điểm M thuộc cạnh AB sao cho $\frac{MB}{MA} = \frac{1}{2}$. Điểm P thuộc tia AC sao cho $3AC = 2AP$. Gọi G là giao điểm của BC

và MP. Biết $AG = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ ($a; b \in \mathbb{Z}^+$, $(a, b) = 1$). Tổng $a + b$ bằng

A. 9

B. 10

C. 12

D. 11

Câu 10: Cho đường tròn $(O; R)$ nội tiếp trong hình thang cân ABCD (đáy lớn CD). Đường tròn $(O; R)$ tiếp xúc với hai cạnh bên của hình thang lần lượt tại hai điểm M; N. Biết $R = 10 \text{ cm}$; $MN = 16 \text{ cm}$. Chu vi hình thang bằng

A. 100 cm

B. 80 cm

C. 85 cm

D. 75 cm

Câu 11: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Biết đường chéo $AC' = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Thể tích của khối lập phương ABCD.A'B'C'D' bằng

A. 8 cm^3 B. 6 cm^3 C. 10 cm^3 D. cm^3

Câu 12: Cho ba đường tròn (O_1) , (O_2) , (O_3) có bán kính bằng nhau và bằng 3, đôi một ngoài nhau. Một đường tròn (O) chứa ba đường tròn (O_1) , (O_2) , (O_3) và tiếp xúc với ba đường tròn đó lần lượt tại ba điểm D, E, F. Chu vi của tam giác DEF bằng

A. $9 + 6\sqrt{3}$ B. $9 + 6\sqrt{2}$ C. $18 + 9\sqrt{3}$ D. $6 + 9\sqrt{3}$

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường trung tuyến AM, đường phân giác trong AI của góc A tam giác ABC. Biết rằng $AC = \frac{4}{3}AB$ và diện tích tam giác ABC là 24 cm^2 . Giá trị của $|IH - IM|$

A. $\frac{1}{35} \text{ cm}$ B. $\frac{2}{35} \text{ cm}$ C. $\frac{4}{35} \text{ cm}$ D. $\frac{1}{7} \text{ cm}$

Câu 14: Cho điểm P nằm trong đường tròn $(O; R)$. Dây cung MN của dây $(O; R)$ đi qua P. Biết $R = 10 \text{ cm}$ và $OP = 4 \text{ cm}$. Tích $PM \cdot PN$ bằng

A. 64 cm

B. 84 cm

C. 81 cm

D. 49 cm

Câu 15: Cho nửa đường tròn (O) đường kính $BC = 2R$. Điểm A di động trên đường tròn (O). Gọi H là hình chiếu của A lên BC. Gọi D và E lần lượt lên hình chiếu của H lên AC và AB. Giá trị lớn nhất của tứ giác AEHD bằng

A. $\frac{R^2}{4}$ B. $\frac{R^2}{3}$ C. $\frac{R^2}{8}$ D. $\frac{R^2}{2}$

Câu 16: Một nhóm bạn đi câu cá. Bạn câu được ít nhất là $\frac{1}{7}$ tổng số cá mà cả nhóm câu được, bạn câu được nhiều nhất được $\frac{1}{5}$ tổng số cá mà cả nhóm câu được. Biết rằng số cá câu được của mỗi bạn là khác nhau. Số người của nhóm đi câu là

A. 7

B. 5

C. 6

D. 12

B. PHẦN TỰ LUẬN (12 điểm)

Câu 1 (3 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y(y^2 + 2y - 4x) = 0$

b) Tìm tất cả các cặp số $(n; k)$ sao cho $n^4 + 4^{2k+1}$ là số nguyên tố

Câu 2 (4 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + 5x + 1 = 4\sqrt{x}(x+1)$

b) Cho $x; y; z$ là các số thực dương thỏa mãn
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \\ y^2 + z^2 - 4y - 12 = 0 \\ y^2 - 4y - z - xz + 4 = 0 \end{cases}$$

Chứng minh rằng: $xy + yz - 2x + y - 2z = 14$

c) Cho $P(x)$ là đa thức bậc 4 thỏa mãn $P(-2)=0$ và $P(x) - P(x-2) = x(x+2)(3x+1)$

Xác định đa thức $P(x)$

Câu 3 (4 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), có trục tâm H và nội tiếp trong đường tròn (O) . Gọi D, E, F tương ứng là các chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A, B, C . Tia AO cắt BC tại M . Gọi P, Q tương ứng là hình chiếu của M trên các cạnh AC, AB .

a) Chứng minh tam giác HFE đồng dạng với tam giác MPQ

b) Chứng minh $\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \frac{DB}{DC} \cdot \frac{MB}{MC}$

c) Khi điểm A di động trên (O) , dây cung BC cố định sao cho tam giác ABC nhọn.

Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của BHC cắt AB, AC lần lượt tại hai điểm R, N . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ARN cắt đường phân giác trong của BAC tại điểm thứ hai là K . Chứng minh rằng đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 4 (1 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 27$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{7a^2 + 6ab + 5b^2}{\sqrt{3a^2 + 10ab + 5b^2}} + \frac{7b^2 + 6bc + 5c^2}{\sqrt{3b^2 + 10bc + 5c^2}} + \frac{7c^2 + 6ca + 5a^2}{\sqrt{3c^2 + 10ac + 5a^2}}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh.....

I. Một số chú ý khi chấm bài tự luận

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án- thang điểm

1. Phần trắc nghiệm khách quan: Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

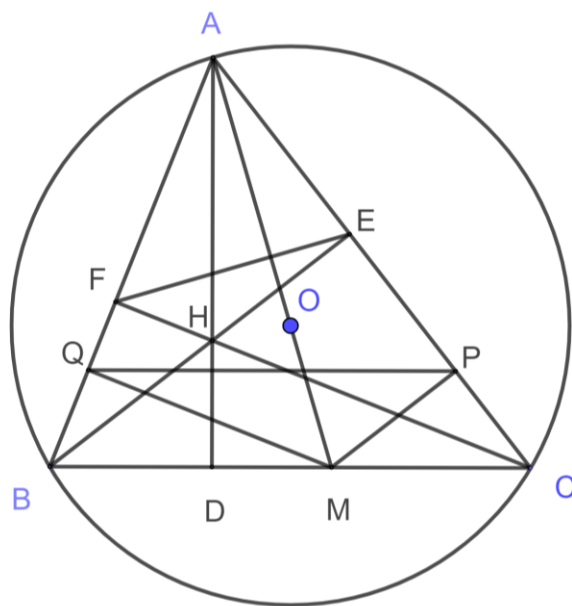
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
D	B	B	C	D	B	A	B
Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
D	A	A	C	A	B	D	C

2. Phần tự luận

NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1a) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x;y) thỏa mãn $x^2 + y(y^2 + 2y - 4x) = 0$	2,0
Ta có: $x^2 + (y^2 + 2y - 4x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4yx + y^3 + 2y^2 = 0$ (1)	0,25
Phương trình (1) với x là ẩn, y là tham số, ta có	0,25
$\Delta' = 4y^2 - y^3 - 2y^2 = y^2(2 - y)$	0,25
TH1. $y \geq 3; y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Delta' < 0$: Phương trình vô nghiệm	0,25
TH2. $y = 2$: (1) $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow x = 4$	0,25
TH3. $y = 1$: (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
Vậy có 3 cặp số nguyên dương thỏa mãn là (4;2); (1;1); (3;1).	0,25
Câu 1b) Tìm tất cả các cặp số (n;k) sao cho $n^4 + 4^{2k+1}$ là số nguyên tố	1,0
$M = n^4 + 4^{2k+1} = (n^2)^2 + (2^{2k+1})^2 = (n^2 + 2^{2k+1})^2 - 2.n^2.2^{2k+1}$ $= (n^2 + 2^{2k+1})^2 - (n.2^{k+1})^2 = (n^2 + 2^{2k+1} + n.2^{k+1})(n^2 + 2^{2k+1} - n.2^{k+1})$	0,25
Vì $n^2 + 2^{2k+1} + n.2^{k+1} \geq 2\forall n; k \in \mathbb{N}$ và M là số nguyên tố nên $n^2 + 2^{2k+1} - n.2^{k+1} = 1$	0,25

$\Leftrightarrow n^2 - 2n2^{k+1} + 2.2^{2(k+1)} + n^2 = 2 \Leftrightarrow (n - 2^{k+1})^2 + n^2 = 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n-2^{k+1}=1 \\ n-2^{k+1}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ k=0 \end{cases}$	0,25
Thử lại: Với $n=1$; $k=0$ suy ra $M = 1 + 4=5$ là số nguyên tố Vậy $n = 1$; $k = 0$	0,25
Câu 2a) Giải phương trình $x^2 + 5x + 1 = 4\sqrt{x}(x+1)$	
Điều kiện: $x \geq 0$ $x^2 + 5x + 1 = 4\sqrt{x}(x+1) \Leftrightarrow x^2 + 5x + 1 - 4x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} = 0$	0,25
$x=0$ không là nghiệm của phương trình	0,25
$x > 0$: Chia cả hai vế của phương trình cho x, ta được: $x + 5 + \frac{1}{x} - 4\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) - 4\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) + 5 = 0$	0,5
Đặt: $t = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} (t \geq 2) \Rightarrow x + \frac{1}{x} = t^2 - 2$	0,25
Ta được phương trình: $t^2 - 2 - 4t + 5 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \end{cases}$	0,25
+) $t = 1$: loại do điều kiện $t \geq 2$ +) $t=3$ $t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 3 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ \sqrt{x} = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7+3\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{7-3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy $x = \frac{7+3\sqrt{5}}{2}$ và $x = \frac{7-3\sqrt{5}}{2}$ là hai nghiệm của phương trình	0,5
Câu 2b) Cho x; y; z là các số thực dương thỏa mãn	
$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \\ y^2 + z^2 - 4y - 12 = 0 \\ y^2 - 4y - z - xz + 4 = 0 \end{cases}$	1,0
Chứng minh rằng: $xy + yz - 2x + y - 2z = 14$	
$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \\ y^2 + z^2 - 4y - 12 = 0 \\ y^2 - 4y - z - xz + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9(1) \\ (y-2)^2 + z^2 = 16(2) \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9(1) \end{cases}$	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $(x+1)^2 - z^2 = -7 \Leftrightarrow (x+1-z)(x+1+z) = -7(4)$	
Từ (2) và (3) suy ra $z^2 + z(x+1) = 16 \Leftrightarrow z(x+1+z) = 16 \Leftrightarrow x+z+1 = \frac{16}{z}(5)$	0,25

Thế (5) và (4) ta có: $(x+1-z) \cdot \frac{16}{z} = -7 \Leftrightarrow x+1 = \frac{9z}{16}$ (6)	
Suy ra $z^2 + \frac{9z^2}{16} = 16 \Leftrightarrow z = \frac{16}{5}$ (do $z > 0$) Thế vào (2) suy ra $(y-2)^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} y-2 = \frac{12}{5} \\ y-2 = -\frac{12}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{22}{5} (TM) \\ y = -\frac{2}{5} (L) \end{cases}$ Thế vào (6) suy ra $x = \frac{4}{5}$ Vậy ta có: $xy + yz - 2x + y - 2z = 14$	0,25
Câu 2c) Cho $P(x)$ là đa thức bậc 4 thỏa mãn $P(-2)=0$ và $P(x) - P(x-2) = x(x+2)(3x+1)$ Xác định đa thức $P(x)$	1,0
Ta thấy: $\begin{cases} P(0) - P(2) = 0 \\ P(-2) - P(-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(0) = 0 \\ P(-4) = 0 \end{cases}$ (vì $P(-2)=0$)	0,25
Do $P(0) = P(-2) = P(-4) = 0 \Rightarrow P(x) = x(x+2)(x+4)(ax+b)(a \neq 0)$	0,25
Ta có: $P(x) - P(x-2) = x(x+2)(3x+1) \Rightarrow \begin{cases} P(2) - P(0) = 56 \\ P(4) - P(2) = 312 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(2) = 56 \\ P(4) = 368 \end{cases}$	0,25
Suy ra $\begin{cases} 2a+b = \frac{7}{6} \\ 4a+b = \frac{23}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{8} \\ b = \frac{5}{12} \end{cases}$ Vậy đa thức $P(x) = x(x+2)(x+4)\left(\frac{3}{8}x + \frac{5}{12}\right) = \frac{3}{8}x^4 + \frac{8}{3}x^3 + \frac{11}{2}x^2 + \frac{10}{3}x$	0,25
Câu 3a) Chứng minh tam giác HFE đồng dạng với tam giác MPQ	1,5



Tứ giác $AFHE$ nội tiếp $\Rightarrow FAE + FHE = 180^\circ$
 Tứ giác $AQMP$ nội tiếp $\Rightarrow QAP + QMP = 180^\circ$
 Suy ra $FHE = QMP$ (1)

0,5

$$\text{Ta có } \widehat{MAC} = 90^\circ - \frac{\widehat{AOC}}{2} = 90^\circ - \widehat{ABC} = \widehat{FAH}$$

0,5

Tứ giác $AFHE$ nội tiếp $\Rightarrow FAH = FEH$
 Tứ giác $AQMP$ nội tiếp $\Rightarrow MAP = MQP$
 Suy ra $FEH = MQP$ (2)

0,5

Từ (1) và (2) suy ra tam giác HFE đồng dạng với tam giác MPQ

Câu 3b) Chứng minh $\left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \frac{DB}{DC} \cdot \frac{MB}{MC}$

1,5

$$\text{Ta có } \frac{DB}{DC} = \frac{S_{\text{ANB}}}{S_{\text{ANC}}} = \frac{HF \cdot AB}{HE \cdot AC} = \frac{HF}{HE} \cdot \frac{AB}{AC}$$

0,5

$$\text{Ta có } \frac{MB}{MC} = \frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = \frac{MQ.AB}{MP.AC} = \frac{MQ}{MP} \cdot \frac{AB}{AC}$$

0,5

Vì tam giác HFE đồng dạng với tam giác MPQ suy ra $\frac{HF}{HE} = \frac{MP}{MQ}$

0,25

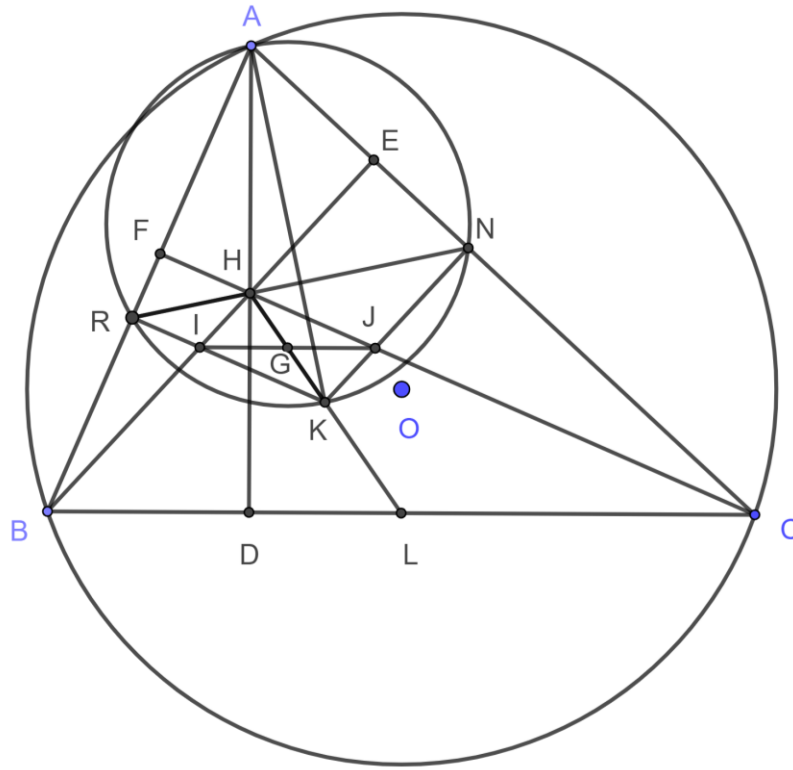
$$\text{Vây } \frac{DB}{DC} \cdot \frac{MB}{MC} = \frac{HF}{HE} \cdot \frac{MQ}{MP} \cdot \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2$$

0,25

Câu 3c) Khi điểm A di động trên (O), dây cung BC cố định sao cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của $\widehat{BHC}$ cắt AB, AC lần lượt tại hai điểm R, N. Đường tròn ngoại tiếp tam giác

1,0

ARN cắt đường phân giác trong của BAC tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.



Ta có $RHB = NHC$ và $RBH = NCH$ (tứ giác $BFEC$ nội tiếp)

Do đó $ARH = RBH + RHB = NCH + NHC = ANH$

Suy ra tam giác ARN cân tại A

0,25

Lại có, AK là phân giác trong của RAN . Suy ra AK là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ARN . Suy ra

$ARK = ANK = 90^\circ \Rightarrow KR \parallel CF; KN \parallel BE$

Gọi I là giao điểm của BH và KR , J là giao điểm của CH và KN . Suy ra tứ giác $IHKJ$ là hình bình hành

Ta có HK đi qua trung điểm G của IJ (1)

0,25

Lại có, K là điểm chính giữa $RN \Rightarrow KRN = KNR = \frac{1}{2} BAC$

Do đó, $KRN = KAN = RHB = \frac{1}{2} BAC \Rightarrow$ Tam giác IRH cân tại $I \Rightarrow IH = IR$

Tương tự $JH = JN$

0,25

Ta có tam giác BRI đồng dạng với tam giác CNJ

Suy ra $\frac{IR}{IB} = \frac{JN}{JC} \Rightarrow \frac{IH}{IB} = \frac{JH}{JC} \Rightarrow IJ \parallel BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra HK đi qua trung điểm L của đoạn BC cố định nên L là

0,25

điểm cố định.	
Câu 4: Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab+bc+ca=27$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{7a^2 + 6ab + 5b^2}{\sqrt{3a^2 + 10ab + 5b^2}} + \frac{7b^2 + 6bc + 5c^2}{\sqrt{3b^2 + 10bc + 5c^2}} + \frac{7c^2 + 6ca + 5a^2}{\sqrt{3c^2 + 10ac + 5a^2}}$	1,0
Ta có: $7a^2 + 6ab + 5b^2 = \frac{2}{9}(5a + 4b)^2 + \frac{13}{9}(a - b)^2 \geq \frac{2}{9}(5a + 4b)^2.$ Đẳng thức xảy ra khi a = b $3a^2 + 10ab + 5b^2 = \frac{2}{9}(4a + 5b)^2 - \frac{5}{9}(a - b)^2 \geq \frac{2}{9}(4a + 5b)^2.$ Đẳng thức xảy ra khi a = b Suy ra $\sqrt{3a^2 + 10ab + 5b^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{3}(4a + 5b)$ Do đó $\frac{7a^2 + 6ab + 5b^2}{\sqrt{3a^2 + 10ab + 5b^2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{(5a + 4b)^2}{4a + 5b}$	0,25
Tương tự $\frac{7b^2 + 6bc + 5c^2}{\sqrt{3b^2 + 10bc + 5c^2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{(5b + 4c)^2}{4b + 5c}; \frac{7c^2 + 6ca + 5a^2}{\sqrt{3c^2 + 10ac + 5a^2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{(5c + 4a)^2}{4c + 5a}$ Cộng vế với vế của các bất đẳng thức trên ta có $P \geq \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\frac{(5a + 4b)^2}{4a + 5b} + \frac{(5b + 4c)^2}{4b + 5c} + \frac{(5c + 4a)^2}{4c + 5a} \right]$	0,25
Theo bất đẳng thức Cô si ta có: $\frac{(5a + 4b)^2}{4a + 5b} + (4a + 5b) \geq 2(5a + 4b)$ Suy ra $\frac{(5a + 4b)^2}{4a + 5b} \geq 6a + 3b$. Đẳng thức xảy ra khi a = b Tương tự ta có $P \geq \frac{\sqrt{2}}{3}(9a + 9b + 9c) = 3\sqrt{2}(a + b + c)$	0,25
Mặt khác ta có $(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$ nên từ giả thiết ta có $a + b + c \geq 9$. Suy ra $P \geq 27\sqrt{2}$ Vậy GTNN của P bằng $27\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi a=b=c=3	0,25