

Đề thi có 01 trang

Bài 1. (5,0 điểm) Cho dãy số (x_n) được xác định bởi: $x_1 = 1$; $x_{n+1} = \frac{(x_n + 1)^{2025}}{2025} + x_n$, $\forall n \geq 1$.

Đặt $u_n = \frac{(x_1 + 1)^{2024}}{x_2 + 1} + \frac{(x_2 + 1)^{2024}}{x_3 + 1} + \frac{(x_3 + 1)^{2024}}{x_4 + 1} + \dots + \frac{(x_n + 1)^{2024}}{x_{n+1} + 1}$, $\forall n \geq 1$. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Bài 2. (5,0 điểm) Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ với hệ số thực thỏa mãn điều kiện

$$P(a+b-2c) + P(b+c-2a) + P(c+a-2b) = 3P(a-b) + 3P(b-c) + 3P(c-a),$$

với mọi số thực a, b, c .

Bài 3. (5,0 điểm)

a) Chứng minh rằng tồn tại vô hạn bộ số (m, n, p) nguyên dương sao cho $4mn - m - n = p^2 - 1$.

b) Chứng minh rằng không tồn tại bộ số (m, n, p) nguyên dương sao cho $4mn - m - n = p^2$.

Bài 4. (5,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AC > AB$) có trực tâm H và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và E, F lần lượt là chân các đường cao hạ từ B, C của tam giác ABC . Điểm P là giao điểm của MN với tiếp tuyến của (O) tại A . Điểm Q là giao điểm thứ hai của (O) với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF . Điểm R là giao điểm của AQ và EF . Chứng minh rằng PR vuông góc với OH .

..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; giám thị coi thi không giải thích gì thêm
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Chữ ký giám thị 1.....; Chữ ký giám thị 2.....