

Câu 1. (2,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 2mx^2 - m^2 - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị và ba điểm đó cùng gốc tọa độ O lập thành tứ giác nội tiếp đường tròn.

Câu 2. (4,0 điểm) 1. Giải phương trình $\frac{|\sin 3x| + \sqrt{3} \cos 3x - 1}{\cos x} = 0$ với $x \in (-\pi; 0)$.

2. Giải phương trình $\begin{cases} x + 3\sqrt{(x-y)(y+1)} = 4 + 5y & (1) \\ \sqrt{2x+2y-4} + 4 = 3x - 2y - \sqrt{2y-1} & (2) \end{cases}$

Câu 3. (5,0 điểm) 1. Một nhóm gồm 9 học sinh một lớp trong đó có ba bạn Việt, Nam và Hùng đi dự đại hội Đoàn trường, ban tổ chức sắp xếp ngẫu nhiên 9 học sinh này ngồi vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để số ghế của bạn Hùng bằng trung bình cộng số ghế của hai bạn Việt và Nam.

2. Cho dãy số (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 = 2020 \\ (n^2 + 5n + 5)u_n = (2n^2 + 6n + 2)u_{n+1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

Tính $\lim \left(\frac{2^n u_n}{n^2} \right)$.

Câu 4. (6,0 điểm) Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = AD = a, AC = BD = b, AB = CD = c$.

1. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD theo a, b, c .

2. Biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (ABD) . Chứng minh rằng $\cos A \cdot \cos B = \cos C$; với A, B, C là ký hiệu ba góc tương ứng với các đỉnh A, B, C của tam giác ABC .

3. Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$\frac{S^2}{a^2 b^2} + \frac{S^2}{b^2 c^2} + \frac{S^2}{c^2 a^2}.$$

Câu 5. (2,5 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \sqrt{\frac{a+b+c}{c^2+2ab}} + (a+b)\sqrt{1+\frac{2}{a^2 b^2}} + \sqrt{c^2+\frac{2}{c^2}}$.

----- HẾT -----