

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi có 01 trang gồm 05 câu)

Câu 1: (3,0 điểm) Cho $x, y, z > 0$ và $xy + yz + xz = 2021$. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = x \sqrt{\frac{(2021+y^2).(2021+z^2)}{2021+x^2}} + y \sqrt{\frac{(2021+z^2).(2021+x^2)}{2021+y^2}} + z \sqrt{\frac{(2021+x^2).(2021+y^2)}{2021+z^2}}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

- Tìm các số tự nhiên n có 2 chữ số, biết rằng $2n + 1$ là số chính phương.
- Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

Câu 3: (5,0 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = -x^2$. Xác định tọa độ các giao điểm A, B của đường thẳng (d): $y = -x - 2$ và (P). Tìm tọa độ M trên (P) sao cho tam giác MAB cân tại M.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$

Câu 4: (2,0 điểm) Cho (O;R) và hai điểm A, B cố định nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Tìm điểm M trên đường tròn sao cho tổng $MA + \sqrt{2}MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (6,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, điểm C thuộc nửa đường tròn (O) (C khác A và B). Gọi I điểm chính giữa cung AC, E là giao điểm của AI và BC. Gọi K là giao điểm của AC và BI.

- Chứng minh rằng $EK \perp AB$.
- Gọi F là điểm đối xứng với K qua I. Chứng minh AF là tiếp tuyến của (O).
- Gọi $\sin \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Gọi H là giao điểm của EK và AB. Chứng minh:

$$KH.(KH + 2HE) = 2 HE.KE$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2: