

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 02 trang)

Câu 1 (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm tất cả các số nguyên x sao cho P nhận giá trị là số chẵn.

Câu 2 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : y = 2mx - 4m + 5$ (m là tham số) và parabol $(P) : y = x^2$. Tìm tất cả giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O .

Câu 3 (2,0 điểm). Giải phương trình và hệ phương trình sau:

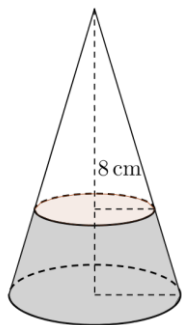
a) $(x + 3)\sqrt{-x^2 - 8x + 48} = x - 24$.

b)
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 35 = 0 \\ 2x^2 + 3y^2 - 4x + 9y = 0 \end{cases}$$

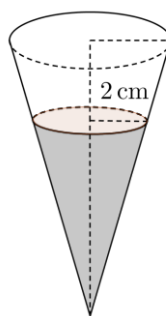
Câu 4 (2,0 điểm).

a) Tìm tất cả số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 5 = 0$.

b) Một cái bình hình nón được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang sao cho đỉnh của nó hướng lên trên. Người ta rót nước vào bình cho đến khi mực nước dâng cao cách đỉnh 8 cm (như hình 1). Sau đó, người ta đảo ngược cái bình lại sao cho đỉnh bình hướng xuống (như hình 2). Khi đó, người ta đo được phần không gian trống của bình có chiều cao 2 cm. Biết rằng lượng nước bên trong bình không thay đổi. Tính chiều cao của cái bình đã cho.



Hình 1



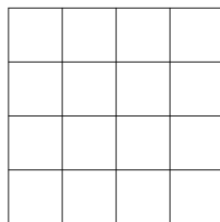
Hình 2

Câu 5 (2,0 điểm). Cho hình bình hành $ABCD$ có $CB = CA$. Gọi M là điểm bất kỳ trên tia đối của tia BA . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt MD tại N (N khác D), đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt MC tại K (K khác M).

a) Chứng minh tứ giác $ABKC$ nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AN và đường thẳng BK . Chứng minh I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M thay đổi.

Câu 6 (0,5 điểm). Cho bảng ô vuông có kích thước 4×4 như hình sau:



Mỗi ô trong bảng này được viết một số nguyên dương sao cho 16 số trên bảng đôi một khác nhau. Trong mỗi hàng, mỗi cột luôn tồn tại một số bằng tổng ba số còn lại trong hàng, trong cột đó. Gọi M là số lớn nhất trong 16 số trên bảng. Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương không nhỏ hơn 1. Chứng minh:

$$\frac{\sqrt{ab-1}}{b+c} + \frac{\sqrt{bc-1}}{c+a} + \frac{\sqrt{ca-1}}{a+b} \leq \frac{a+b+c}{4}.$$

-----HẾT-----

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

Chữ ký cán bộ coi thi 1..... Chữ ký cán bộ coi thi 2.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ**

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

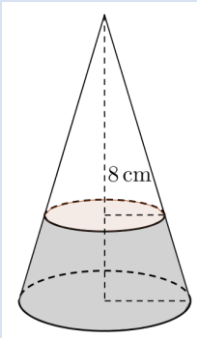
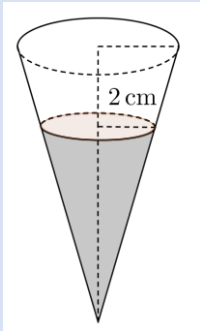
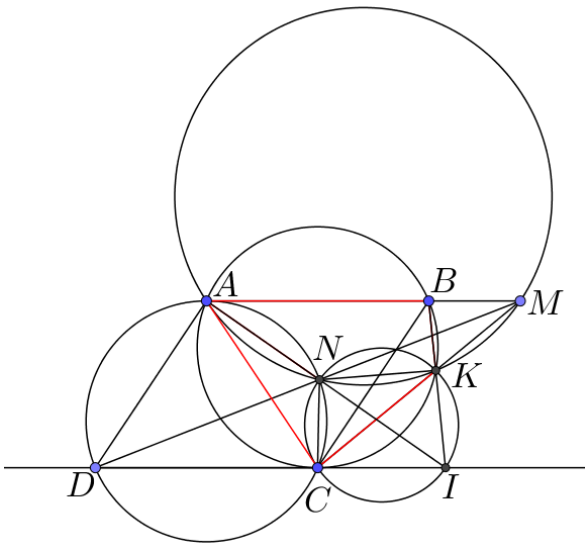
CHÍNH THỨC

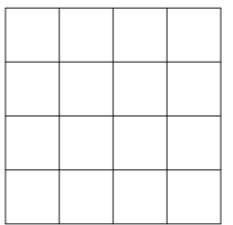
**ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM CHUYÊN
MÔN TOÁN**

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4, x \neq 9$. a) Rút gọn biểu thức P .	1,0
	$P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$	0,25
	$P = \frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$	0,25

	$P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - (x - 9) + (2x - 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + 2x - 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$P = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}.$	0,25
	b) Tìm tất cả các số nguyên x sao cho P nhận giá trị là số chẵn.	0,5
	Ta có $P = \frac{\sqrt{x} - 3 + 4}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3}$ P nhận giá trị là số chẵn khi $\sqrt{x} - 3$ là ước số của 4	0,25
	Suy ra $\sqrt{x} - 3 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 7 \Leftrightarrow x = 49$ $\sqrt{x} - 3 = -4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -1$ (loại) $\sqrt{x} - 3 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25$ $\sqrt{x} - 3 = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ $\sqrt{x} - 3 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$ $\sqrt{x} - 3 = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ Thử lại ta thấy P nhận giá trị chẵn khi $x = 49$.	0,25
	Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : y = 2mx - 4m + 5$, (m là tham số) và parabol $(P) : y = x^2$. Tìm tất cả giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O .	1,0
Câu 2 (1,0 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d $x^2 = 2mx - 4m + 5$ $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4m - 5 = 0$	0,25
	Đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho ba điểm O, A, B lập thành tam giác khi và chỉ khi $D' = m^2 - 4m + 5 > 0$ và $x_1 x_2 \neq 0$ Hay $\begin{cases} m^2 - 4m + 5 > 0 \\ 4m - 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq \frac{5}{4}$	0,25
	Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$. Đường thẳng đi qua O, A có dạng $y = ax$, trong đó $a = \frac{y_1}{x_1}$ là hệ số góc của đường thẳng OA. Tương tự hệ số góc của đường thẳng OB là $a' = \frac{y_2}{x_2}$ Điều kiện để tam giác OAB vuông tại O là $\frac{y_1}{x_1} \cdot \frac{y_2}{x_2} = -1$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1} \cdot \frac{x_2^2}{x_2} = -1 \Leftrightarrow x_1 x_2 = -1$ Theo định lý Viet ta suy ra $4m - 5 = -1 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận) Vậy $m = 1$.	0,25
Câu 3	Giải phương trình và hệ phương trình sau	1,0

(2,0 điểm)	a) $(x+3)\sqrt{-x^2-8x+48} = x-24$.	
	Đặt $\begin{cases} u = x+3 \\ v = \sqrt{-x^2-8x+48} \end{cases}$ (điều kiện: $u \geq 0$)	0,25
	$\begin{cases} u^2 = x^2 + 6x + 9 \\ v^2 = -x^2 - 8x + 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = -2x + 57 \\ 2uv = 2x - 48 \end{cases} \Rightarrow (u+v)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} u+v = 3 \\ u+v = -3 \end{cases}$	0,25
	TH1: $u+v = 3$ $\Rightarrow \sqrt{-x^2-8x+48} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 2x^2 + 8x - 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 - 2\sqrt{7}$	0,25
	TH2: $u+v = -3$ $\Rightarrow \sqrt{-x^2-8x+48} = -x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -6 \\ 2x^2 + 20x - 12 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = -5 - \sqrt{31}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2 - 2\sqrt{7}; -5 - \sqrt{31}\}$.	0,25
	a) $\begin{cases} x^3 - y^3 - 35 = 0 \\ 2x^2 + 3y^2 - 4x + 9y = 0 \end{cases}$	1,0
	$\begin{cases} x^3 - y^3 - 35 = 0 \\ 2x^2 + 3y^2 - 4x + 9y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - y^3 - 35 = 0 \quad (1) \\ 6x^2 + 9y^2 - 12x + 27y = 0 \quad (2) \end{cases}$	0,25
	Trừ vế theo vế (1) và (2), ta được $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - (y^3 + 9y^2 + 27y + 27) = 0$ $\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = y^3 + 9y^2 + 27y + 27 \Leftrightarrow (x-2)^3 = (y+3)^3$ $\Leftrightarrow x-2 = y+3 \Leftrightarrow y = x-5$	0,25
Câu 4 (2,0 điểm)	Thay vào (2) ta được $2x^2 + 3(x-5)^2 - 4x + 9(x-5) = 0$ $5x^2 - 25x + 30 = 0 \hat{U} \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
	Với $x = 3 \Rightarrow y = -2$ Với $x = 2 \Rightarrow y = -3$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x;y)$ là $(3;-2)$ và $(2;-3)$.	0,25
	a) Tìm tất cả các số nguyên x,y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 5 = 0$.	1,0
	$x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 5 = 0 \Leftrightarrow (x-2y+3)(x+y-1) = 2$	0,25
	Ta có các trường hợp sau $\begin{cases} x-2y+3 = 2 \\ x+y-1 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x-2y+3 = 1 \\ x+y-1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} x-2y+3 = -2 \\ x+y-1 = -1 \end{cases}; \begin{cases} x-2y+3 = -1 \\ x+y-1 = -2 \end{cases}$	0,5
	Giải các hệ trên ta các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn là $(1;1)$ và $(-2;1)$.	0,25
	b) Một cái bình hình nón được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang sao cho đỉnh của nó hướng lên trên. Người ta rót nước vào bình cho đến khi mực nước dâng cao cách đỉnh 8 cm (như hình 1). Sau đó, người ta đảo ngược	1,0

	cái bình lại sao cho đỉnh bình hướng xuống (như hình 2). Khi đó, người ta đo được phần không gian trống của bình có chiều cao 2 cm. Biết rằng lượng nước trong bình không thay đổi. Tính chiều cao của hình nón đã cho.   Hình 1 Hình 2	
	Gọi h (cm) là chiều cao của bình nước, r (cm) là bán kính đáy của hình nón. Thể tích của bình nước là $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.	0,25
	Khi đặt bình nước có đỉnh hướng lên, thể tích của lượng nước là $\frac{1}{3}\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi \left(\frac{8r}{h}\right)^2 \cdot 8 \quad (1)$	0,25
	Khi úp bình xuống, lượng nước trên chiếm một thể tích bằng với thể tích hình nón có chiều cao là $h - 2$ và bằng $\frac{1}{3}\pi \left(\frac{(h-2)r}{h}\right)^2 (h-2) \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2), suy ra $h^3 - 8^3 = (h-2)^3 \Leftrightarrow h^2 - 2h - 84 = 0 \Rightarrow h = 1 + \sqrt{85}$ Vậy chiều cao của bình là $1 + \sqrt{85}$ cm.	0,25
Câu 5 (2,0 điểm)	Cho hình bình hành $ABCD$ có $CB = CA$. Gọi M là điểm bất kỳ trên tia đối của tia BA. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt MD tại N (N khác D), đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt MC tại K (K khác M). a) Chứng minh tứ giác $ABKC$ nội tiếp.	1,0
		
	$\angle ABC = \angle BAC$ (tam giác CAB cân, do $CA = CB$)	0,25

	$BAC = ACD$ (so le trong) $\Rightarrow ABC = ACD$	
	$ACDN$ nội tiếp $\Rightarrow ACD = AND$ (cùng chắn AD) $\Rightarrow ABC = AND$ Mà $AND = MNI$ (đối đỉnh) $\Rightarrow ABC = MNI$ (1)	0,25
	Mặt khác $AKC + AKM = 180^\circ$ (kề bù) và $MNI + ANM = 180^\circ$ (kề bù)	0,25
	Mà $AKM = ANM$ ($AMKN$ nội tiếp, cùng chắn $\widehat{AB}$) Nên $AKC = MNI$ (2) Từ (1), (2), suy ra $AKC = ABC$ (cùng nhìn $\widehat{AC}$) Vậy $ABKC$ nội tiếp.	0,25
	b) Gọi I giao điểm của đường thẳng AN và đường thẳng BK . Chứng minh I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M thay đổi.	1,0
	Do I là giao điểm của AN và BK . Ta sẽ chứng minh C, D, I thẳng hàng. $ABKC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{IKC}$ (cùng bù với $\widehat{BKC}$) $ADCN$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{INC} = \widehat{ADC}$ (cùng bù với $\widehat{ANC}$)	0,25
	Mà $\widehat{BAC} = \widehat{ADC}$ ($ABCD$ là hình bình hành có $CA = CB$) Nên $\widehat{IKC} = \widehat{INC}$ (cùng nhìn $\widehat{IC}$) $\Rightarrow$ Tứ giác $CNIK$ nội tiếp.	0,25
	Ta có $CIA = CIN = CKN = 180^\circ - MKN = MAN = MAI$ Suy ra $AM // CI$	0,25
	Mà $AM // CD$ nên C, D, I thẳng hàng Vậy I thuộc đường thẳng CD cố định khi M thay đổi.	0,25
Câu 6 (0,5 điểm)	Cho bảng ô vuông 4×4 như hình sau: 	0,5
	Mỗi ô trong bảng này được viết một số nguyên dương sao cho 16 số trên bảng đôi một khác nhau và trong mỗi hàng, mỗi cột luôn tồn tại một số bằng tổng ba số còn lại trong hàng, cột đó. Gọi M là số lớn nhất trong 16 số đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của M . Gọi a_1, a_2, a_3, a_4 là các số lớn nhất trong các cột 1, 2, 3, 4 và gọi $b_1, b_2, \dots, b_{12}$ là các số trong các ô còn lại. Khi đó $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = b_1 + b_2 + \dots + b_{12}$. Do các số trong 16 ô vuông đôi một khác nhau nên $b_1 + b_2 + \dots + b_{12} \geq 1 + 2 + \dots + 12 = 78$	0,25

	và $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \leq M + (M - 1) + (M - 2) + (M - 3) = 4M - 6$ Suy ra $4M - 6 \geq 78 \Leftrightarrow M = 21$. Xây dựng một bảng ô vuông ứng với $M = 21$ <table><tr><td>1</td><td>8</td><td>12</td><td>21</td></tr><tr><td>7</td><td>9</td><td>20</td><td>4</td></tr><tr><td>10</td><td>19</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>18</td><td>2</td><td>5</td><td>11</td></tr></table>	1	8	12	21	7	9	20	4	10	19	3	6	18	2	5	11	0,25
1	8	12	21															
7	9	20	4															
10	19	3	6															
18	2	5	11															
Câu 7 (1,0 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương không bé hơn 1. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{ab-1}}{b+c} + \frac{\sqrt{bc-1}}{c+a} + \frac{\sqrt{ca-1}}{a+b} \leq \frac{a+b+c}{4}.$	1,0																
	Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $b+c \geq 2\sqrt{bc}$	0,25																
	Suy ra $\frac{\sqrt{ab-1}}{b+c} \leq \frac{\sqrt{ab-1}}{2\sqrt{bc}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ab-1}{bc}}$	0,25																
	Mà $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{ab-1}{bc}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(a - \frac{1}{b}\right) \frac{1}{c}} \leq \frac{1}{4} \left(a - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ Suy ra $\frac{\sqrt{ab-1}}{b+c} \leq \frac{1}{4} \left(a - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ (1)	0,25																
	Tương tự, ta có $\frac{\sqrt{bc-1}}{c+a} \leq \frac{1}{4} \left(b - \frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$ (2) và $\frac{\sqrt{ca-1}}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(c - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ (3) Cộng vế theo vế (1), (2) và (3), ta được đpcm. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \sqrt{2}$.	0,25																

Chú ý: Mọi cách giải đúng khác đều được điểm tối đa.