

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**HẢI DƯƠNG****ĐỀ CHÍNH THỨC****KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN****NĂM HỌC 2021 – 2022****Môn: TOÁN (Chuyên)****Ngày thi: 16/06/2021****Thời gian: 150 phút**

Bài 1. a) Cho $x = \frac{1}{3} \left(1 + \sqrt[3]{\frac{12 + \sqrt{135}}{3}} + \sqrt[3]{\frac{12 - \sqrt{135}}{3}} \right)$. Tính giá trị của biểu thức $M = \left(x^3 - x^2 - \frac{1}{3} \right)^2$

b) Cho biểu thức $P = \frac{\left(\frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab} - a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}}$ với $a, b > 0$ và $a \neq b$

Chứng minh rằng giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào a và b.

Bài 2. a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 5x + 4} + \sqrt{x^2 - 1} + 15 = 5\sqrt{x+1} + 3\sqrt{x+4} + 3\sqrt{x-1}$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y + \sqrt{y(x-y-1)} + x = 2 \\ 14y - 4(\sqrt{y+1} - 1) + 8 = x^2 - 3\sqrt{8-x} \end{cases}$$

Bài 3. a) Tìm tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số $\overline{abcd}$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $\overline{abcd}$ chia hết cho 3 và $\overline{abc} - \overline{bda} = 650$

b) Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$x^2 + 4y^2 + z^2 + 2(xz + 2x + 2z) = 396 \text{ và } x^2 + y^2 = 3z$$

Bài 4. 1) Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B ($AB < 2R$). Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB, vẽ các tiếp tuyến CD, CE với đường tròn (O) (D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường thẳng (O') lần lượt tại M, N (M, N khác A). Đường thẳng DE cắt MN tại I.

a) Chứng minh rằng MI. BE = BI. AE

b) Chứng minh rằng khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định

2) Cho đoạn thẳng AB cố định có độ dài $AB = a$ ($a > 0$), I là điểm nằm giữa A và B ($IA > IB$). Trên tia Ix vuông góc với AB lấy hai điểm M và N sao cho $IA = IM$, $IB = IN$; AN cắt MB tại K (K thuộc MB), BN cắt MA tại L (L thuộc MA). Tìm vị trí của điểm I trên đoạn AB sao cho AN. NK có giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho a, b, c, d là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c + d = 4$

Chứng minh rằng $\frac{a}{1+b^2c} + \frac{b}{1+c^2d} + \frac{c}{1+d^2a} + \frac{d}{1+a^2b} \geq 2$