

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 2 trang)

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{(x-1)\sqrt{x-1} + x-3}{x-2} - \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} \right) : \frac{1}{(x-1)\sqrt{x-1} - x+1}$$

với $x > 1$ và $x \neq 2$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt{7+4\sqrt{3}} - (\sqrt{5}+1)\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{5}|\sqrt{3}-2|$.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -2mx - 2m$. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 2\sqrt{3}$.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $x + 2\sqrt{2x+1} = 4\sqrt{x} + 2$.

b)
$$\begin{cases} (x+2)^2 = 12x + 4y + 1 \\ (y-1)^2 = 2y + 4x + 2 \end{cases}$$

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 4xy + 4y + 2x - 3 = 0$.

b) Lúc 7 giờ, anh Toàn điều khiển một xe gắn máy khởi hành từ thành phố A đến thành phố B. Khi đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường, xe bị hỏng nên anh Toàn dừng lại để sửa chữa. Sau 30 phút sửa xe, anh Toàn tiếp tục điều khiển xe gắn máy đó đi đến thành phố B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc ban đầu 10 km/h. Lúc 10 giờ 54 phút, anh Toàn đến thành phố B. Biết rằng quãng đường từ thành phố A đến thành phố B là 160 km và vận tốc của xe trên mỗi đoạn đường không đổi. Hỏi anh Toàn dừng xe để sửa chữa lúc mấy giờ?

Câu 5. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC ($AB > BC > AC$) có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O) . Vẽ đường tròn tâm C , bán kính CB cắt đường thẳng AB tại điểm D và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E .

a) Chứng minh đường thẳng DE vuông góc với đường thẳng AC .

b) Đường thẳng DE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F . Các đường thẳng CO, AB cắt nhau tại điểm H và các đường thẳng BE, CF cắt nhau tại điểm K . Chứng minh $\widehat{CKH} = \widehat{CBH}$.

c) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB và CE . Chứng minh $IA \cdot IB = ID \cdot IH$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{(x+2)^2}{y+z} + \frac{(y+2)^2}{z+x} + \frac{(z+2)^2}{x+y} \geq 12.$$