

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN BÌNH THUẬN

DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT 2022-2023

1. Đề bài

Bài 1: (5 điểm) Tìm tất cả các số nguyên tố p để -1 là một số hạng của dãy số (u_n) được cho bởi:

$$\begin{cases} u_1 = 0; u_2 = 1 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - pu_n \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Bài 2: Cho ba số thực dương a, b, c thỏa $a \geq b \geq c$ và $a + b + c = 3$.

Chứng minh:

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + 3b \geq 5$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi nào?

Bài 3: (5 điểm) Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn:

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x)f(y) + f(x+y) = xy(xy+2)$$

Bài 4: (5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, không cân, có trực tâm là H và nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng BC . Tia NH cắt (O) tại M . Đường thẳng AM cắt đường thẳng BC tại I . Đường thẳng AH cắt đường thẳng BC tại D và cắt (O) tại điểm thứ hai E . Biết đường tròn đường kính ID cắt (O) tại hai điểm F, K phân biệt.

Chứng minh ba đường thẳng FK, ME, ON đồng quy.